Modern Fizika Labor

Fizika BSC

<table>
<tr><td>A mérés dátuma:

2008. 10.14.</td><td>A mérés száma és címe:

18. Granuláris anyagok</td><td rowspan="2">Értékelés:</td></tr>
<tr><td>A beadás dátuma:

2008.11.10.</td><td>A mérést végezte:

Juhász Krisztina
Szilvási Ádám</td></tr>
</table>

1. A mérés célja

Granuláris anyagokban fellépő nyomás mélységfüggését vizsgáltuk a Janssen modell segítségével, majd inhomogén erőeloszlásokat, erőláncokat vizsgáltunk a q-modell alapján.

2. A mérés leírása

Először a granuláris anyagból álló oszlopban vizsgáltuk a nyomás magasságfüggését. Ehhez egy ~52,5 cm magas üveghengerbe töltöttünk azonos adagokban granuláris anyagot, majd figyeltük az oszlop által a henger alján lévő dugattyúra nehezedő súlyt. Ehhez egy elektronikus mérleget használtunk, melynek felbontása 2g volt. Itt azt vártuk, hogy a betöltött valódi tömeg függvényében a súly exponenciális telítődést fog mutatni.

A második mérés során egy granuláris oszlop alján fellépő mikroszkopikus erőeloszlást vizsgáltuk. Ehhez finom szemcsés üveggolyókat töltöttünk egy hengerbe, melynek alján egy kartonlapot és egy indigópapírt helyeztünk el, majd felül egyenletes nyomást fejtettünk ki rá. Itt azt vártuk, hogy az erők eloszlása exponenciálisan csökken.

3. Adatok és kiértékelés

a. Granuláris oszlop nyomásának mélységfüggése

A mérés során kétféle granulátumot mértünk. Az első a fehér színű, nagyobb szemcsés, a második a zöld színű, kisebb szemcsés granulátum volt. A henger átmérőjét nem mértük le, ezt a jegyzetben megadott értéknek vettem, amely 4,7 cm, és ezzel is fogok számolni. A mérést úgy végeztük, hogy előkészítettünk 21-22 pohárnyi anyagot, minden pohárban ugyanakkora tömegű anyag volt, majd ezeket egyesével töltöttük bele a hengerbe, és minden pohár után leolvastuk a látszólagos súlyt, majd végén lemértük az oszlop magasságát.

A jegyzetben található a nyomásváltozásra felírt differenciálegyenlet megoldása. Ebből levezethető a nekünk hasznosabb látszólagos és valódi tömeg közti összefüggés:

$$P(z) = \lambda \varrho g\left(1 - e^{-z/\lambda}\right)$$
$$\lambda = \frac{R}{2\mu K};\ [\lambda] = m$$

Itt ρ az oszlop sűrűsége, g a nehézségi gyorsulás, R a henger sugara, μ a tapadási súrlódási együttható, K a Janssen állandó és λ pedig az ezekből alkotott hosszúság dimenziójú állandó. Innen triviális átalakításokkal (szorzunk az alapterülettel és osztunk a nehézségi gyorsulással):

$$A = \pi R^2; m = Az\rho; m_\infty = A\lambda\rho;\ \frac{z}{\lambda} = \frac{zA\rho}{\lambda A\rho} = \frac{m}{m_\infty}$$
$$m_l(m) = m_\infty\left(1 - e^{-m/m_\infty}\right)$$

valamint

$$K = \frac{\pi R^3 \rho}{\mu m_\infty}$$

Ezeket a kifejezéseket használtam fel az adatok kiértékeléséhez. Az m_∞ paramétert illetéssel állapítottam meg. A szemcsék és az üvegfal közti súrlódási együtthatót egy lejtős kísérlettel becsültük meg mindkét anyagnál. Az ábrák a jegyzőkönyv végén vannak. Az adatok és az eredmények:

Fehér granulátum:

	adat	hiba	relatív hiba
pohár [g]	20,9	0,2	1,0%
határszög [fok]	22	1	4,5%
μ	0,40	0,02	5,0%

Adatsorok:

pohár [db]	súly [g]	pohár [db]	súly [g]	pohár [db]	súly [g]
1	20	1	20	1	20
2	46	2	46	2	44
3	64	3	62	3	62
4	76	4	74	4	72
5	88	5	86	5	82
6	102	6	98	6	92
7	112	7	108	7	110
8	120	8	116	8	116
9	130	9	120	9	122
10	134	10	132	10	130
11	140	11	138	11	136
12	146	12	144	12	142
13	152	13	150	13	150
14	154	14	158	14	154
15	160	15	162	15	158
16	168	16	166	16	164
17	168	17	172	17	168
18	174	18	176	18	174
19	180	19	178	19	178
20	184	20	182	20	182
21	184	21	188	21	184
		22	190	22	188

Eredmények:

	adat	hiba	relatív hiba	adat	hiba	relatív hiba	adat	hiba	relatív hiba
magasság [mm]	437	5	1,1%	450	5	1,1%	445	5	1,1%
térfogat [cm^3]	758	9	1,1%	781	9	1,1%	772	9	1,1%
sűrűség [g/cm^3]	0,58	0,01	2,2%	0,59	0,01	2,1%	0,60	0,01	2,2%
m_∞ [g]	211	3	1,3%	211	2	0,9%	207	2	0,9%
K	0,28	0,02	8,6%	0,28	0,02	8,1%	0,30	0,03	8,7%

Zöld granulátum:

	adat	hiba	relatív hiba
pohár [g]	28,5	0,2	0,76%
határszög [fok]	21	1	4,8%
μ	0,38	0,02	5,2%

Adatsorok:

pohár [db]	súly [g]	pohár [db]	súly [g]	pohár [db]	súly [g]
1	34	1	32	1	30
2	56	2	58	2	52
3	80	3	78	3	68
4	94	4	100	4	86
5	112	5	112	5	100
6	126	6	128	6	114
7	144	7	140	7	132
8	154	8	156	8	142
9	166	9	168	9	158
10	178	10	180	10	170
11	188	11	192	11	182
12	200	12	202	12	194
13	206	13	212	13	204
14	218	14	224	14	214
15	228	15	232	15	226
16	238	16	242	16	234
17	246	17	252	17	244
18	256	18	262	18	252
19	264	19	270	19	262
20	274	20	278	20	270
21	282	21	284	21	278
22	292	22	292	22	288

Eredmények:

	adat	hiba	relatív hiba	adat	hiba	relatív hiba	adat	hiba	relatív hiba
magasság [mm]	440	5	1,1%	445	5	1,1%	440	5	1,1%
térfogat [cm^3]	763	9	1,1%	772	9	1,1%	763	9	1,1%
sűrűség [g/cm^3]	0,78	0,01	1,9%	0,81	0,02	1,9%	0,82	0,02	1,9%
m_∞ [g]	318	5	1,7%	327	5	1,5%	306	7	2,4%
K	0,26	0,02	8,8%	0,26	0,02	8,6%	0,28	0,03	9,5%

A fenti eredményekből és a grafikonokból jól látszik, hogy a nyomás magasságfüggése valóban exponenciális telítést mutat jó közelítéssel. Megfigyelhető, hogy a kisebb szemcseméretet rendelkező, sűrűbb granulátum kicsit rosszabbul illeszkedik az elmélethez, mint a másik.

b. Mikroszkopikus erőeloszlások

A mérésnél figyelni kellett a granulátum óvatos betöltésére, különben összemaszatolja a kartonlapot, amelyről nehezebb lesz később az adatokat leolvasni. Sajnos ezt nem lehet teljesen jól elvégezni, így elég zajosak lettek a minták. A szkennelés során is került zavar a mintába, egy sötét sáv található 3 mintán is, amely miatt megváltozott a foltok sötétsége. A zaj miatt a kiértékelés során szignifikánsan megugrott a kis foltok száma, így majdnem minden mintán kiugróan magas lett az 1-10 pixel nagyságú foltok mennyisége, melyek nagy része nem valódi pont. Ezek miatt az illesztések nem is sikerültek volna, így minden adatsorból kivettem az első intervallumot. Ez ugyan nem precíz megoldás, de a küszöbszint így is 210 lett. Sokkal lejjebb nem tudtam vinni, mert akkor nagyon sok valódi folt eltűnt volna. Az inhomogenitás vizsgálatánál kétféleképpen osztottam fel egyenlően a területeket, először két félkörre, majd egy körgyűrűre és egy körlapra, majd ezekre is megvizsgáltam az eloszlást. A képek előkészítését Photoshoppal, a kiértékelést a megadott programok segítségével végeztem. A hisztogramkészítésnél a dobozméretet 20-nak választottam. Az így kapott hisztogramokra illesztettem az elméletből adódó exponenciális görbét, valamint egy Gauss-görbét. Az illesztéseket gnuplottal végeztem. Az illesztett függvényalakok és az illesztés eredményei a következők voltak:

Exponenciális (q-modell): $f(x) = Aexp(-ax)x^{N-1}$

lenyomat	A	ΔA	δA	a	Δa	δa	N	ΔN	δN
1	41	31	74,9%	0,0317	0,006	18,6%	1,9	0,3	14,6%
2	46	23	50,7%	0,0328	0,004	13,1%	1,8	0,2	10,6%
3	171	53	31,4%	0,0352	0,003	9,0%	1,4	0,1	8,5%
4	37	20	54,7%	0,0351	0,005	13,2%	1,9	0,2	10,6%
5	37	7	18,8%	0,0487	0,002	4,1%	2,02	0,07	3,7%

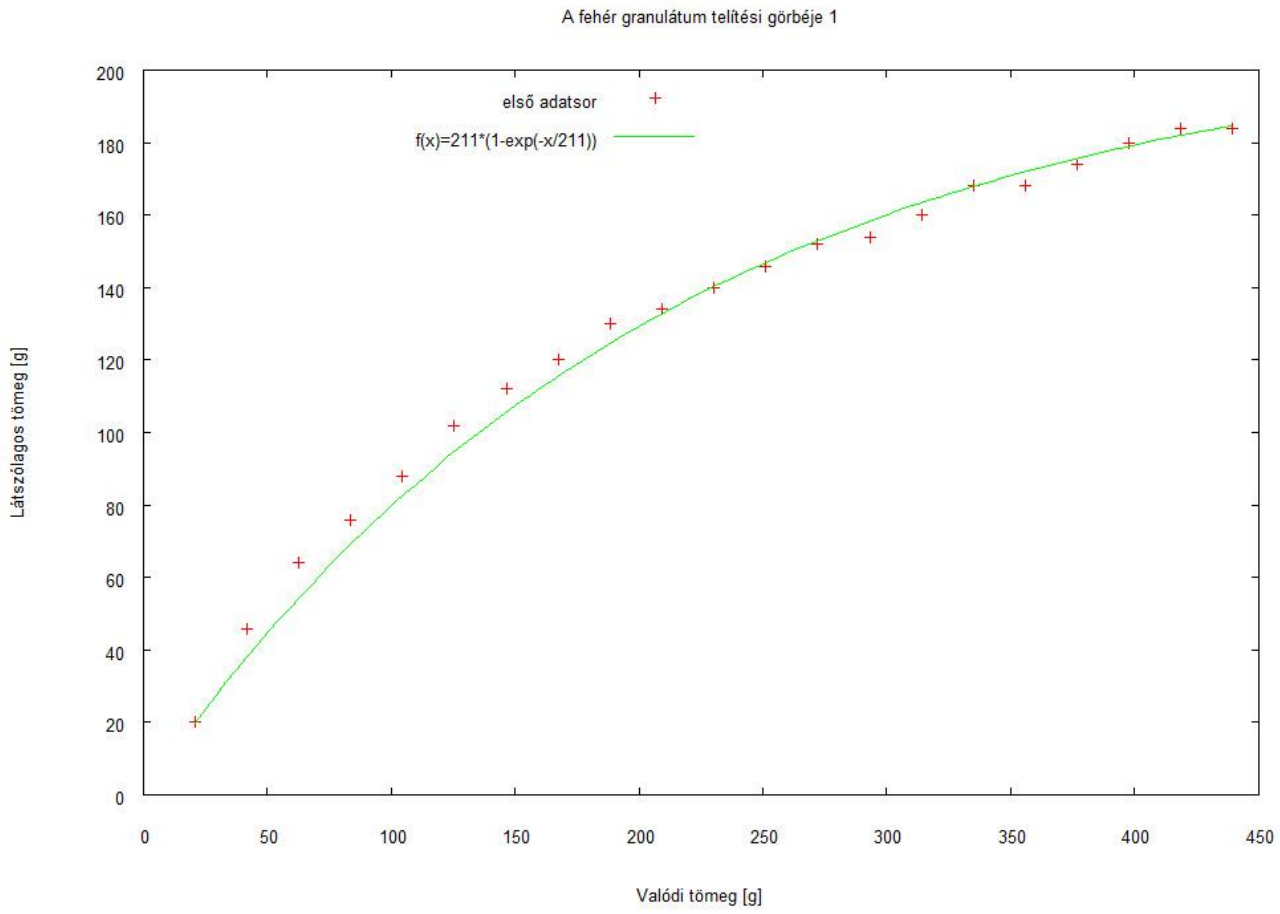
Gauss: $g(x) = Bexp\left(-\frac{x^2}{2C}\right)$

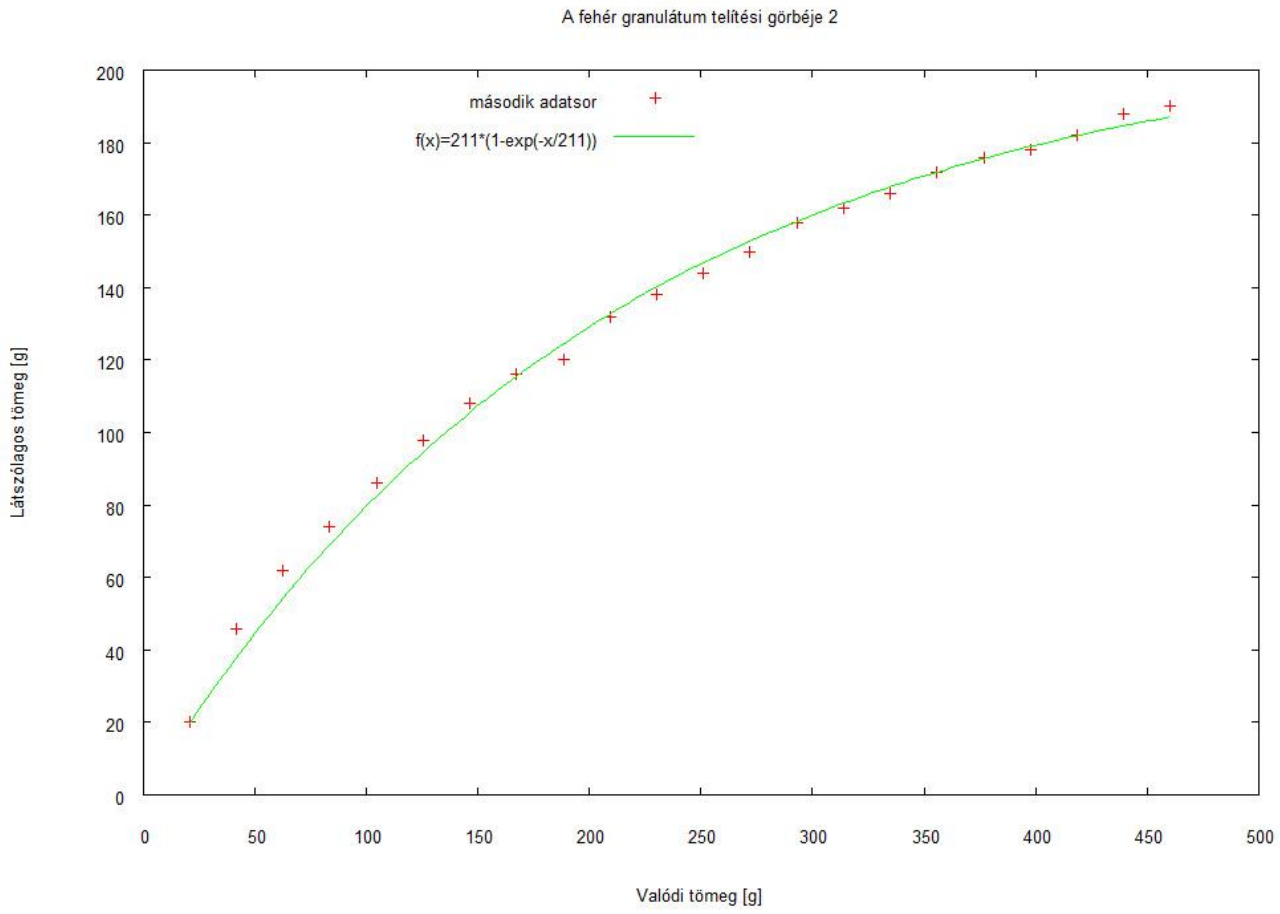
lenyomat	B	ΔB	δB	C	ΔC	δC
1	314	14	4,5%	4217	395	9,4%
2	261	7	2,7%	3500	195	5,6%
3	332	10	3,0%	1974	117	5,9%
4	302	9	3,0%	3567	224	6,3%
5	331	3	1,0%	2030	41	2,0%

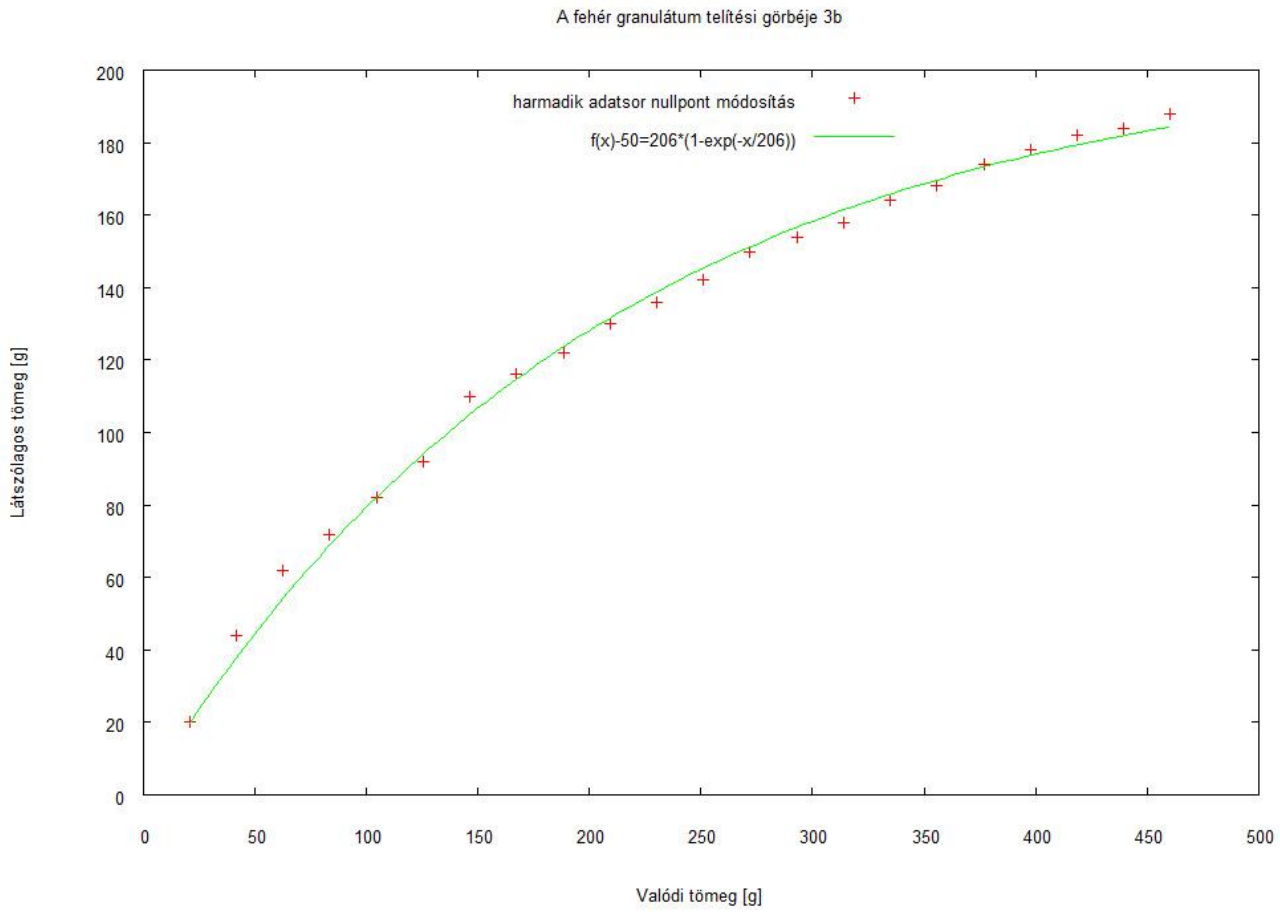
A grafikonok a jegyzőkönyv végén találhatóak.

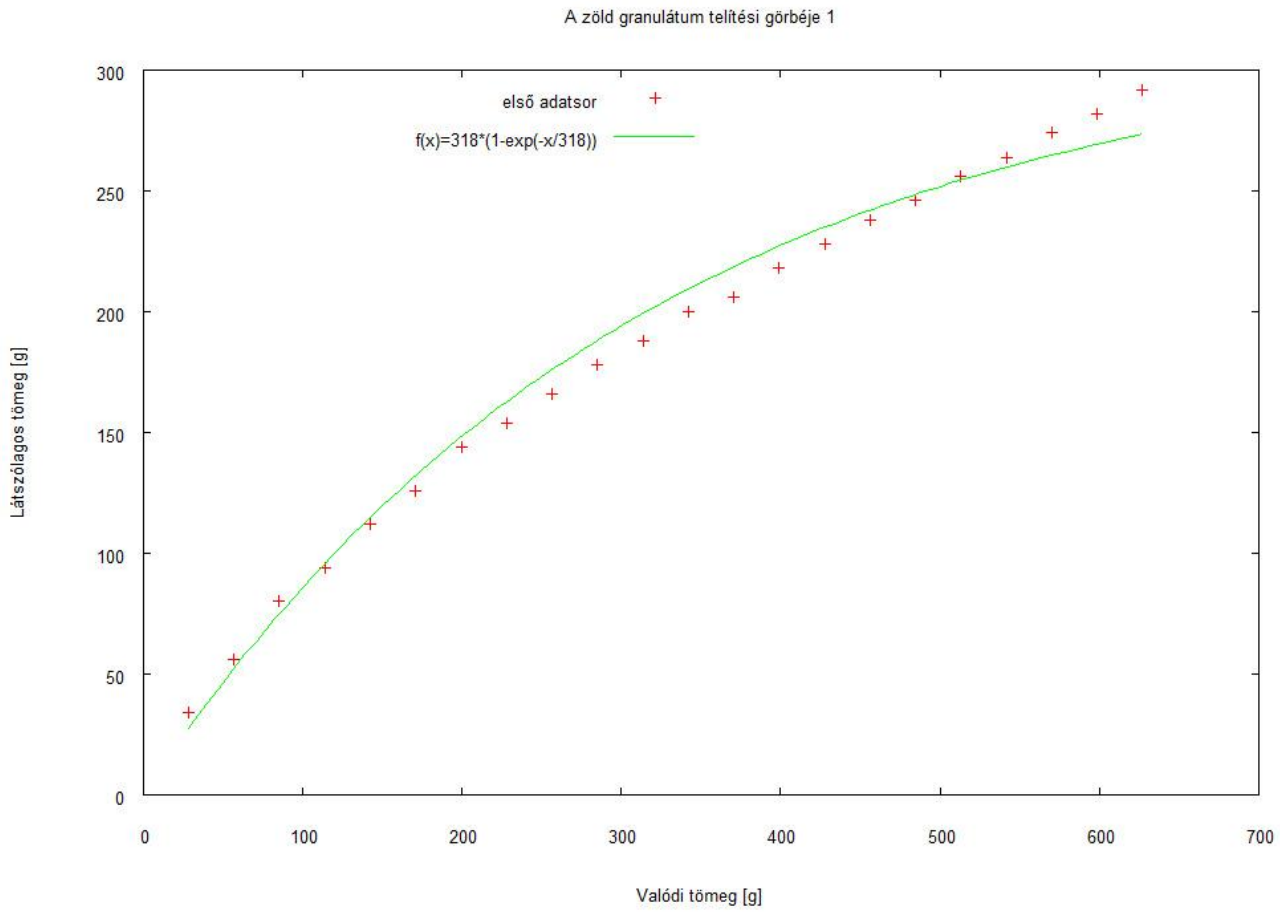
A mérés során minden lenyomaton található volt egy-egy kiugróan nagy folt, ami nagy erőhatásra vall. Az erőeloszlások láthatóan könnyebben illeszkednek egy Gauss-görbére.

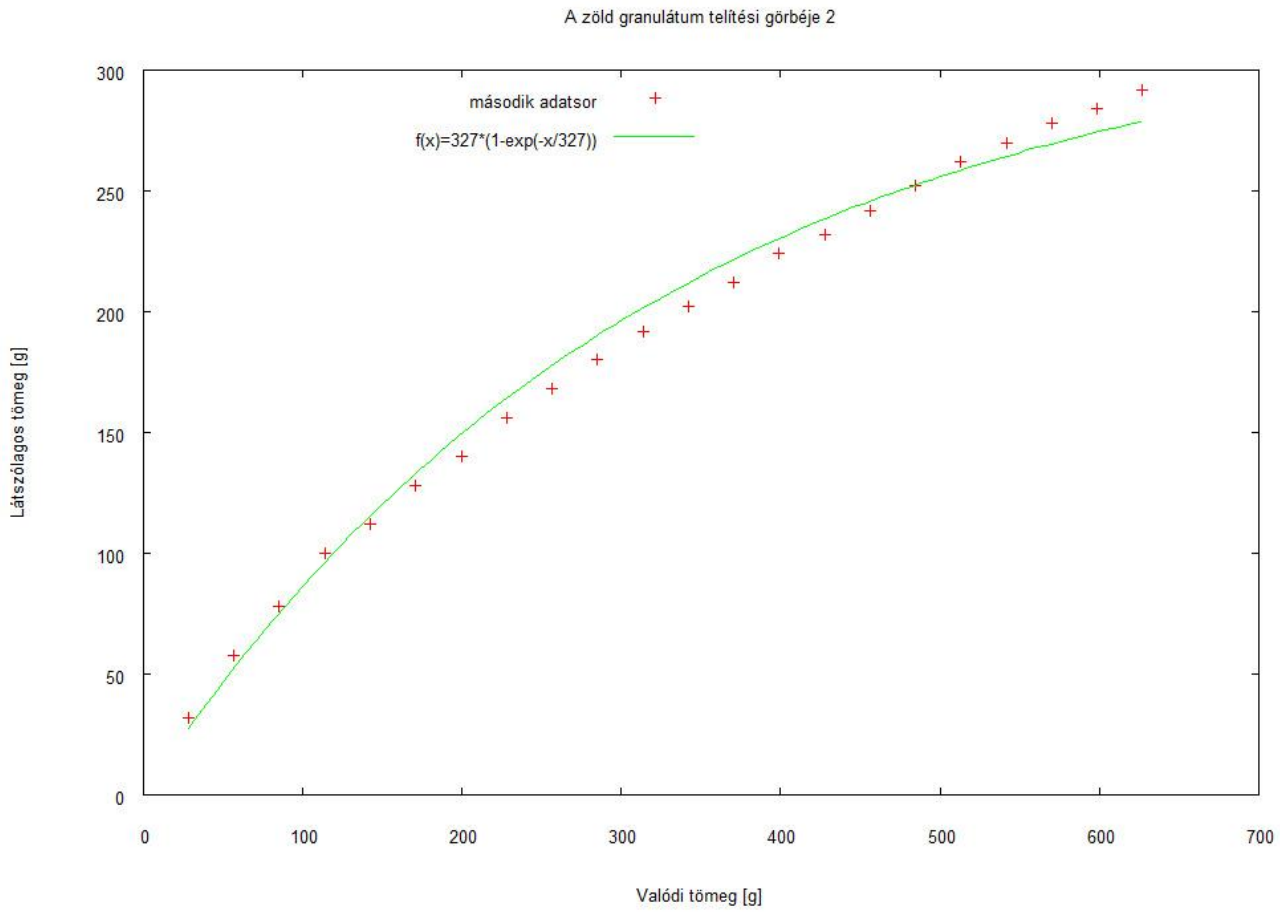
Az erőeloszlás homogenitásának vizsgálata során a kétfelé osztott területeken nagyrészt csak véletlenszerű fluktuációkat találtam, mindkét felosztás esetén, valamint egy-egy lenyomaton a zavarok inhomogén eloszlásából a kis foltok inhomogén eloszlását láttam.

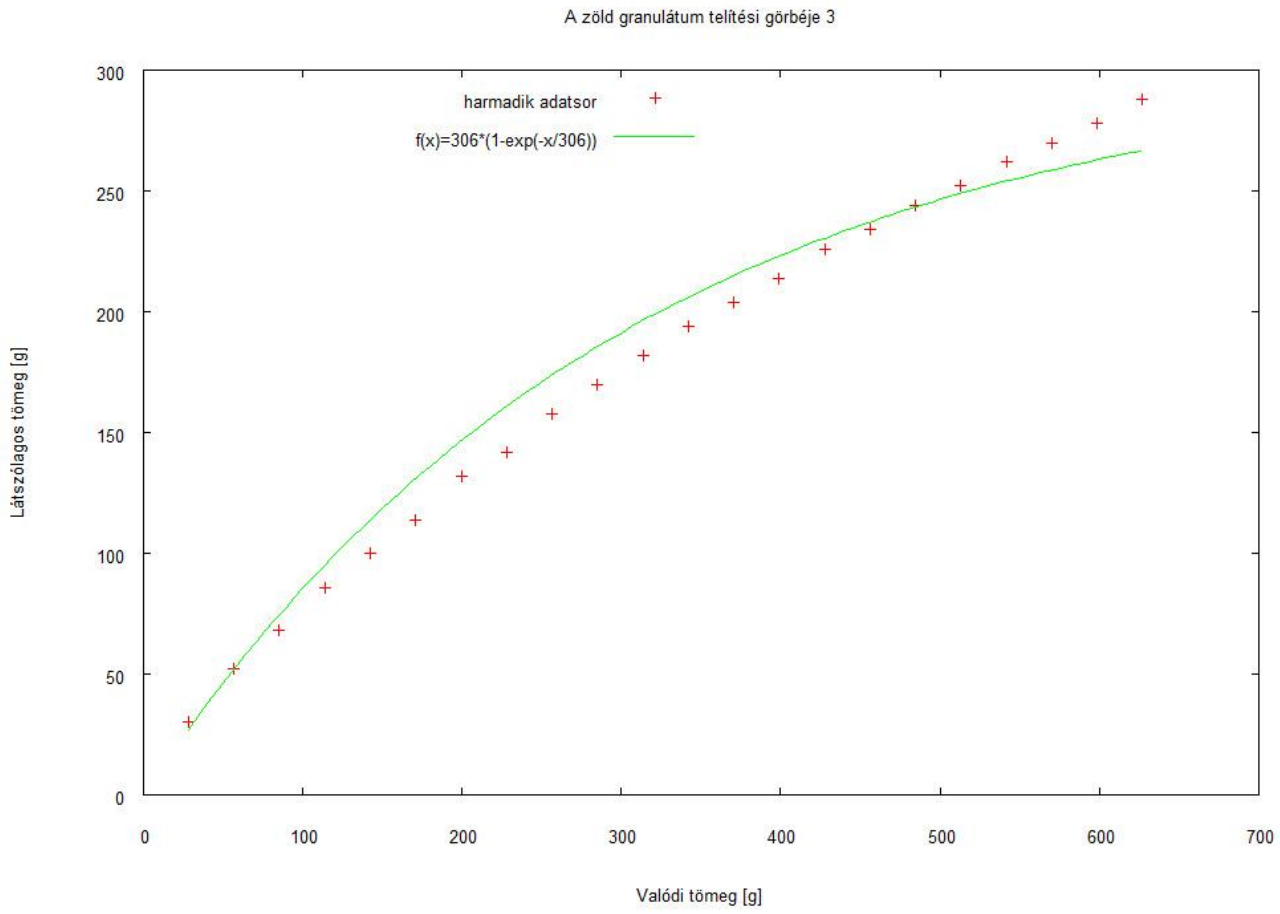

A fehér granulátum telítési görbéje 1
első adatsor
f(x)=211*(1-exp(-x/211))
Látszólagos tömeg [g]
Valódi tömeg [g]
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450

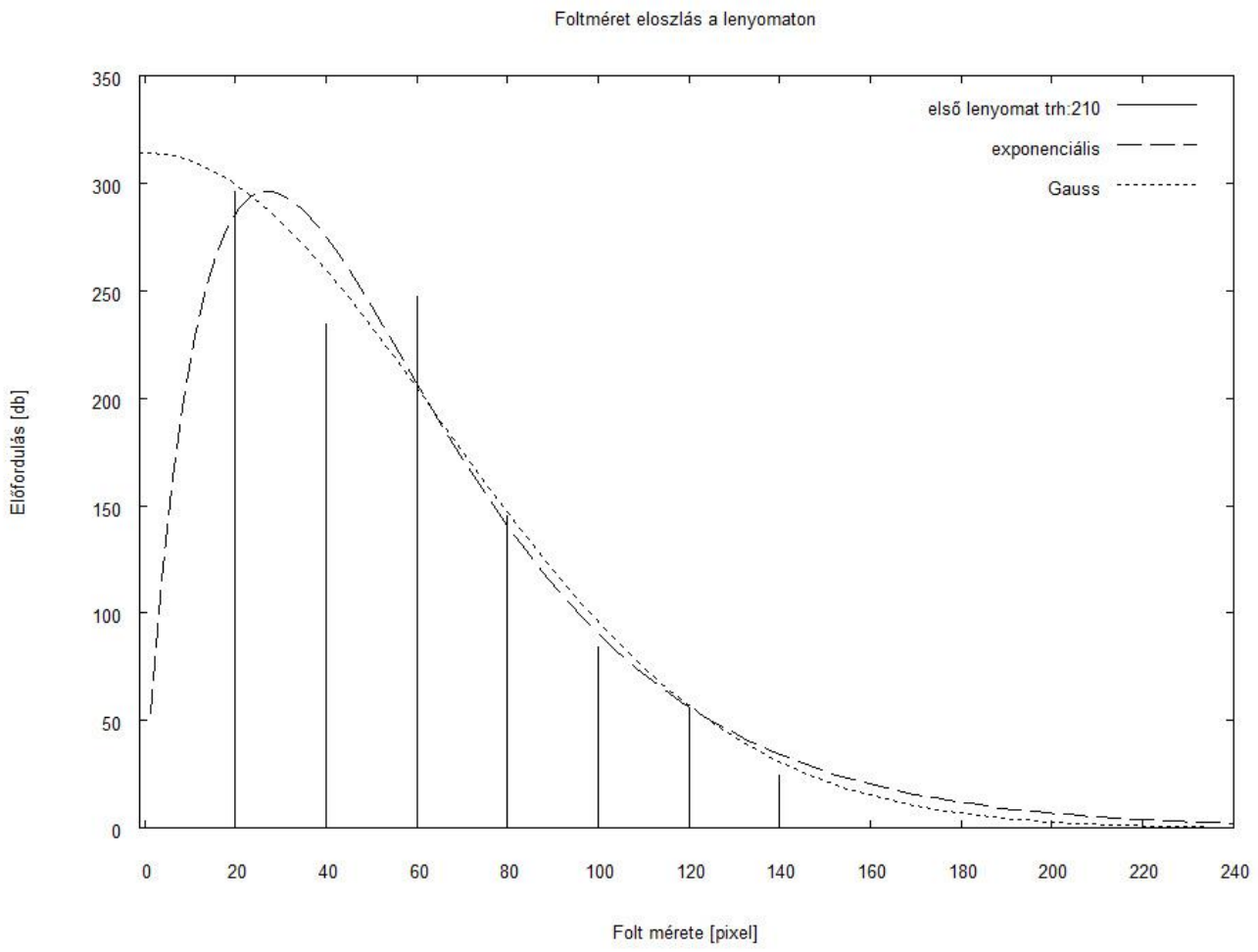

A fehér granulátum telítési görbéje 2
második adatsor
f(x)=211*(1-exp(-x/211))
Látszólagos tömeg [g]
Valódi tömeg [g]
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450
500

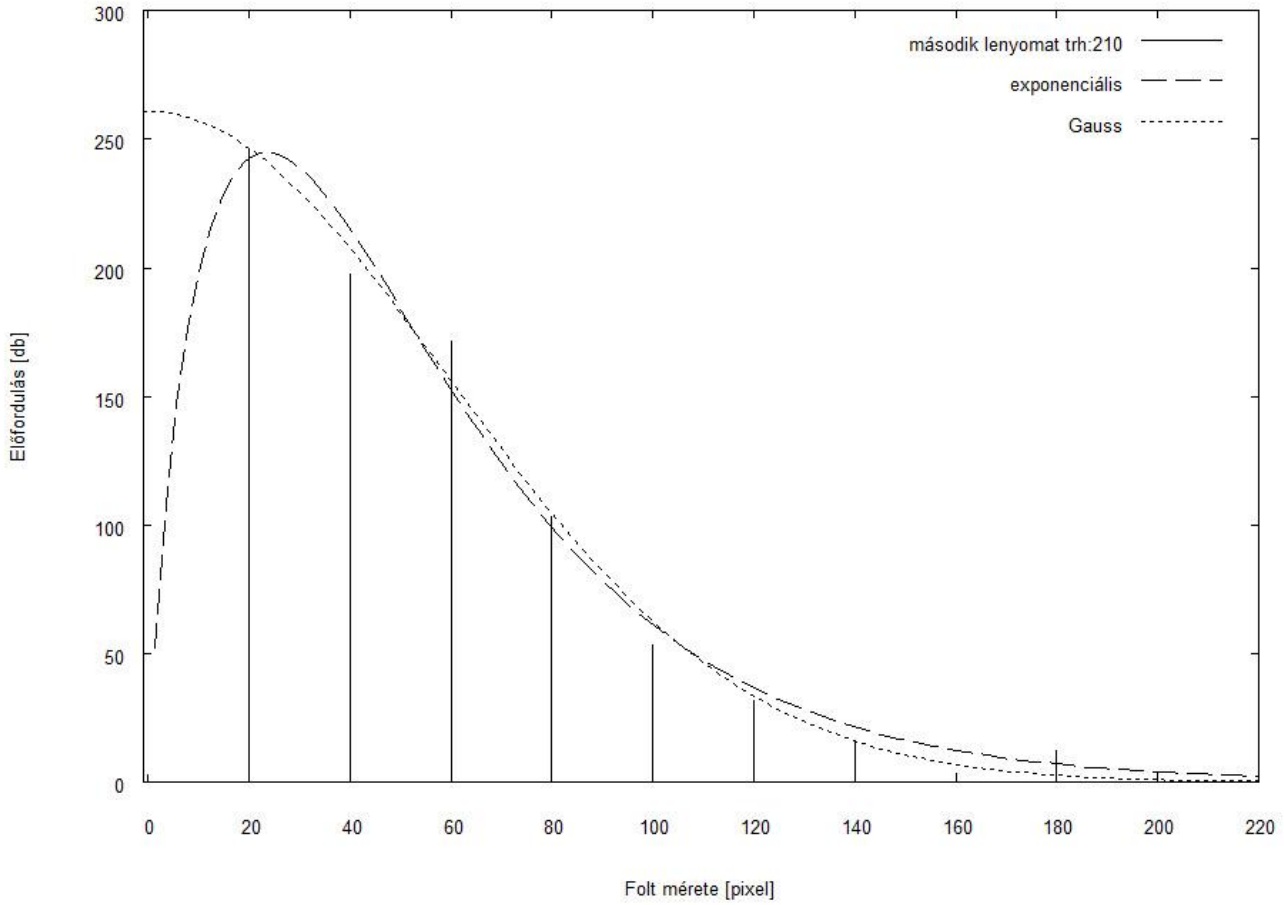

A fehér granulátum telítési görbéje 3b
harmadik adatsor nullpont módosítás
f(x)-50=206*(1-exp(-x/206))
Látszólagos tömeg [g]
Valódi tömeg [g]
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450
500

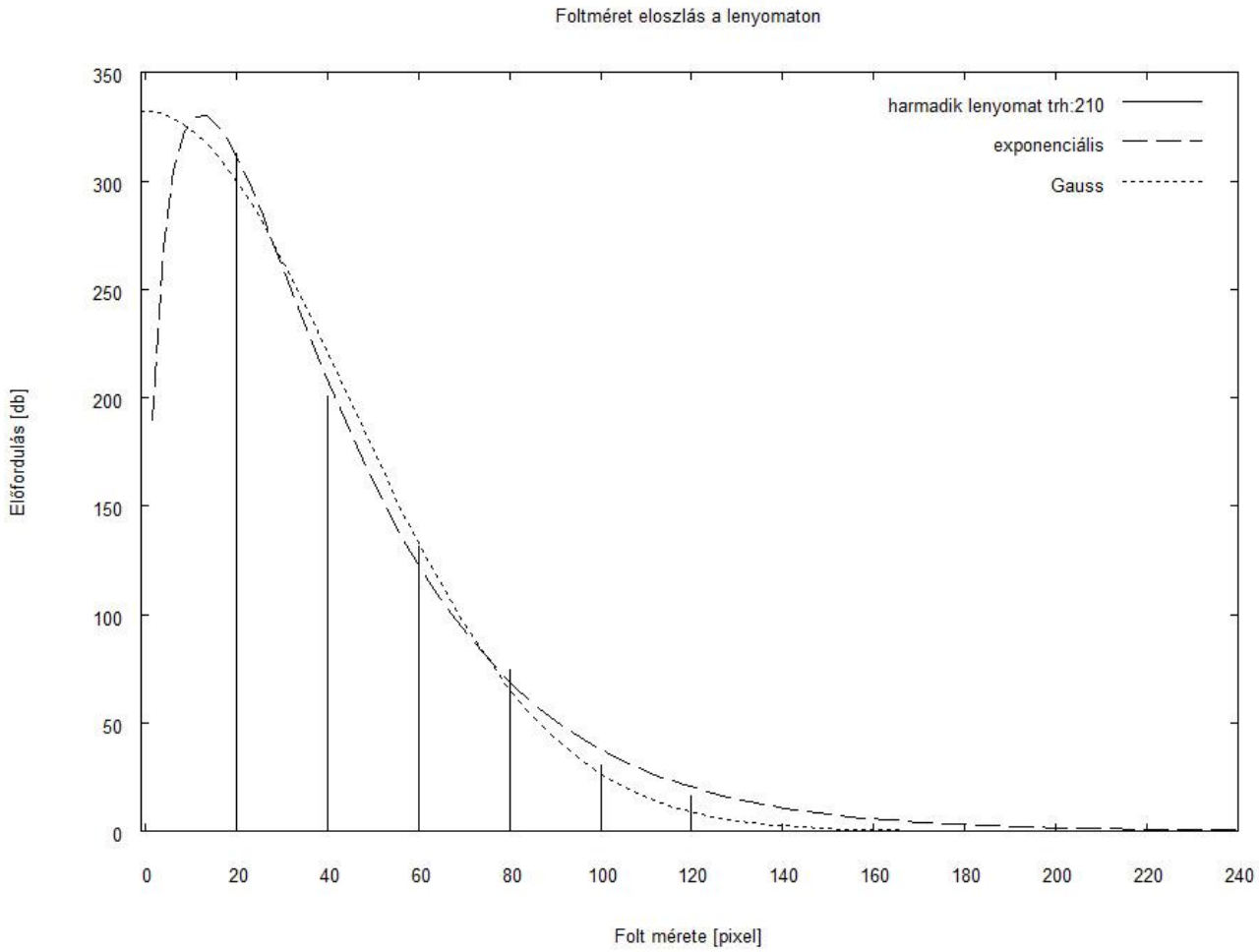

A zöld granulátum telítési görbéje 1
első adatsor
f(x)=318*(1-exp(-x/318))
Látszólagos tömeg [g]
Valódi tömeg [g]
0
50
100
150
200
250
300
0
100
200
300
400
500
600
700

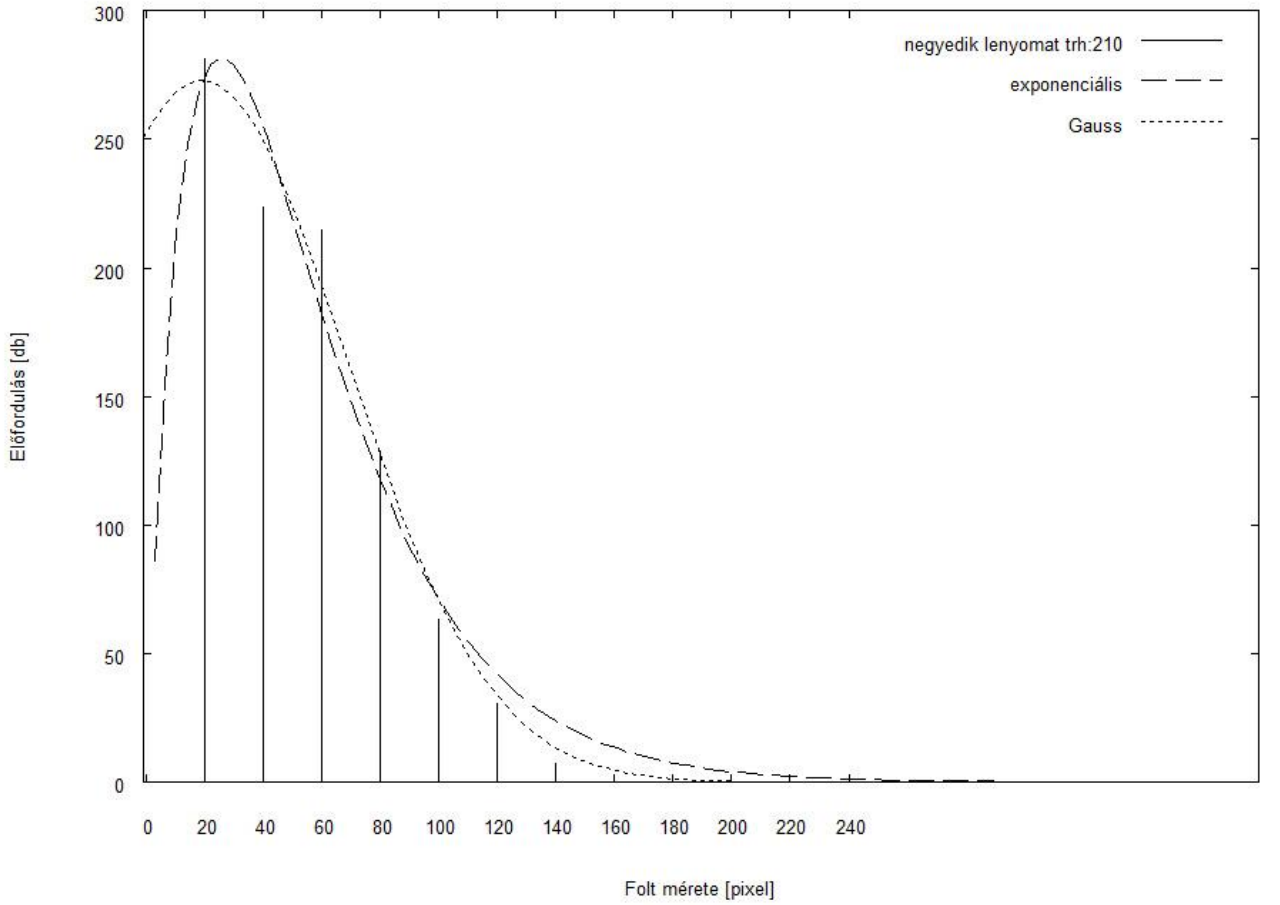

A zöld granulátum telítési görbéje 2
második adatsor
f(x)=327*(1-exp(-x/327))
Látszólagos tömeg [g]
Valódi tömeg [g]
0
50
100
150
200
250
300
0
100
200
300
400
500
600
700

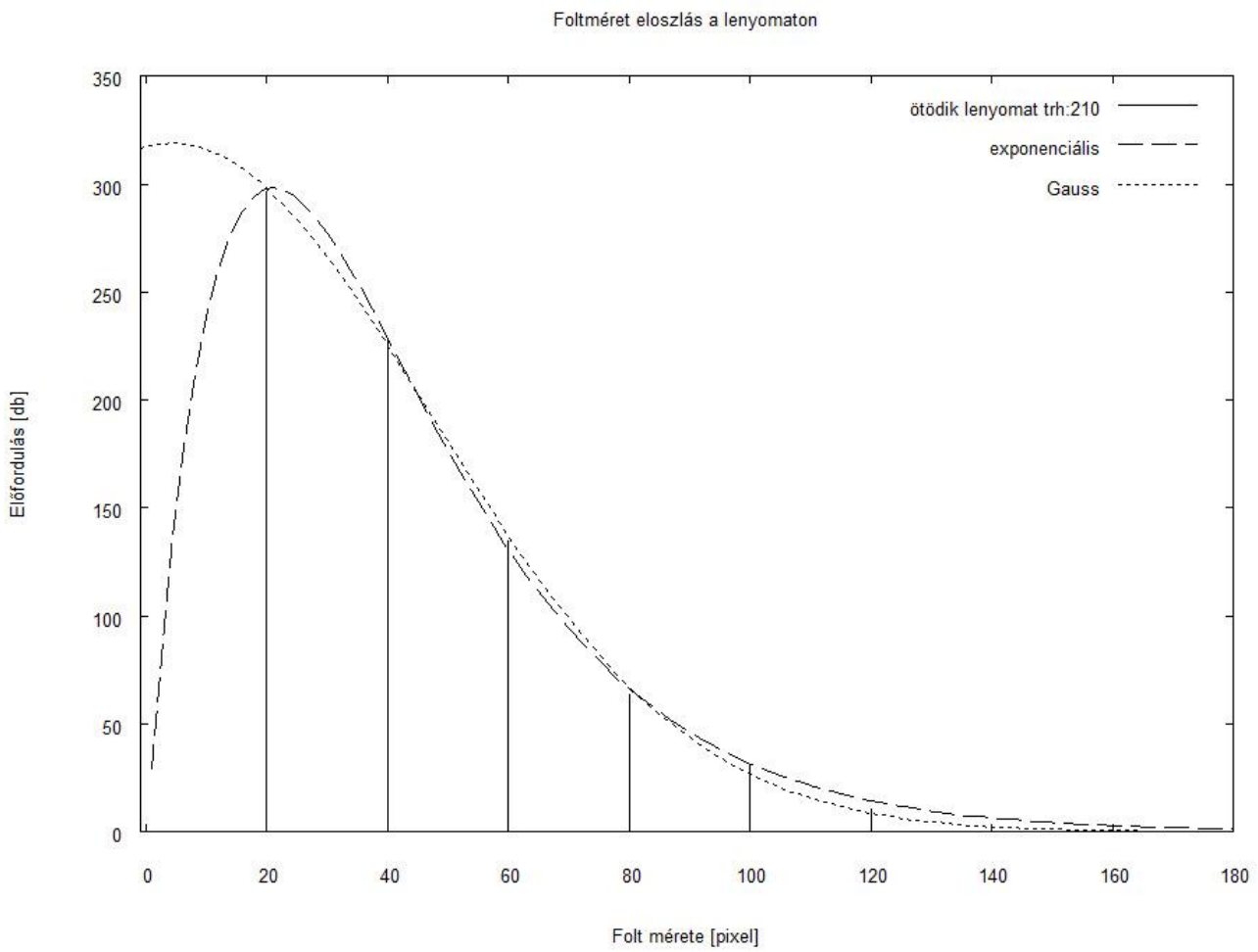

A zöld granulátum telítési görbéje 3
harmadik adatsor
f(x)=306*(1-exp(-x/306))
Látszólagos tömeg [g]
Valódi tömeg [g]
0
50
100
150
200
250
300
0
100
200
300
400
500
600
700

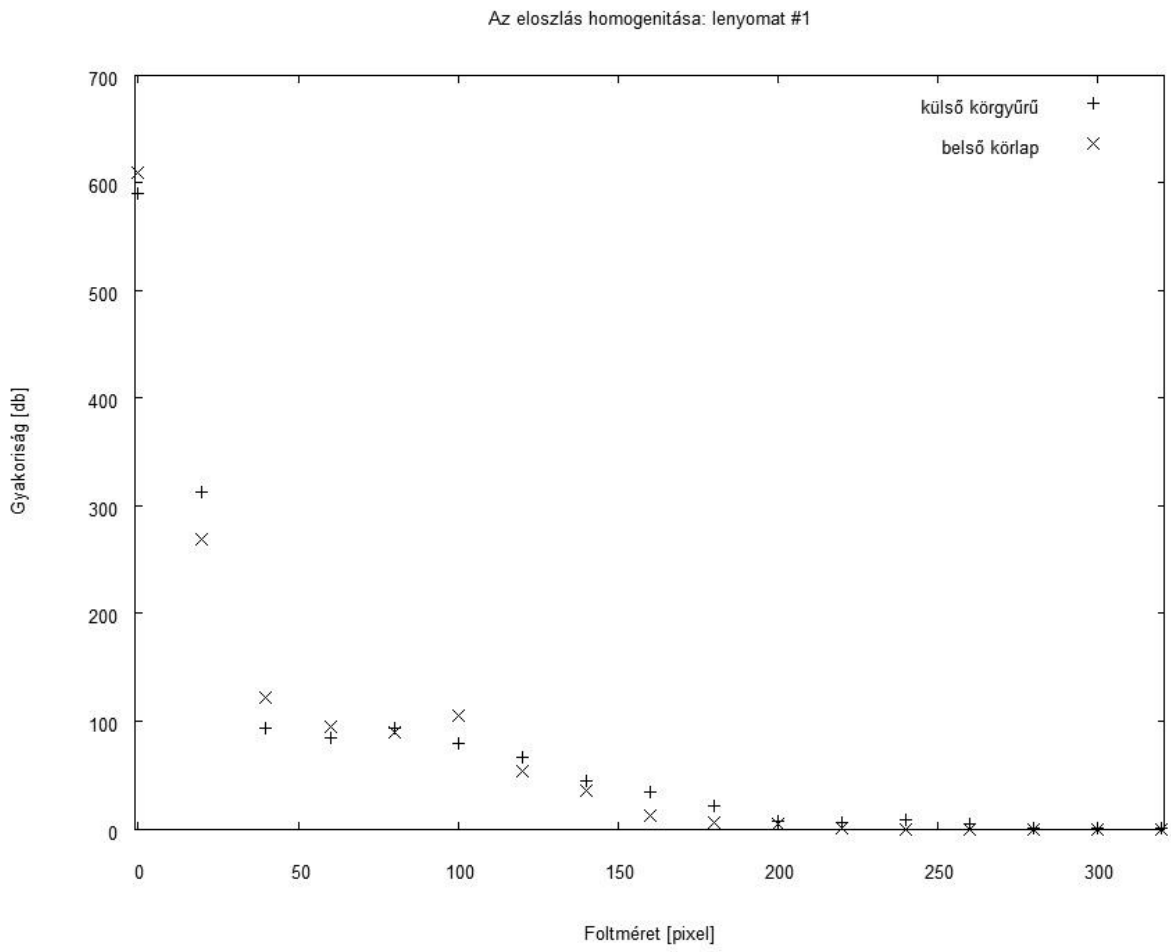

Foltméret eloszlás a lenyomaton
első lenyomat trh:210
exponenciális
Gauss
Előfordulás [db]
Folt mérete [pixel]
0
50
100
150
200
250
300
350
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
220
240

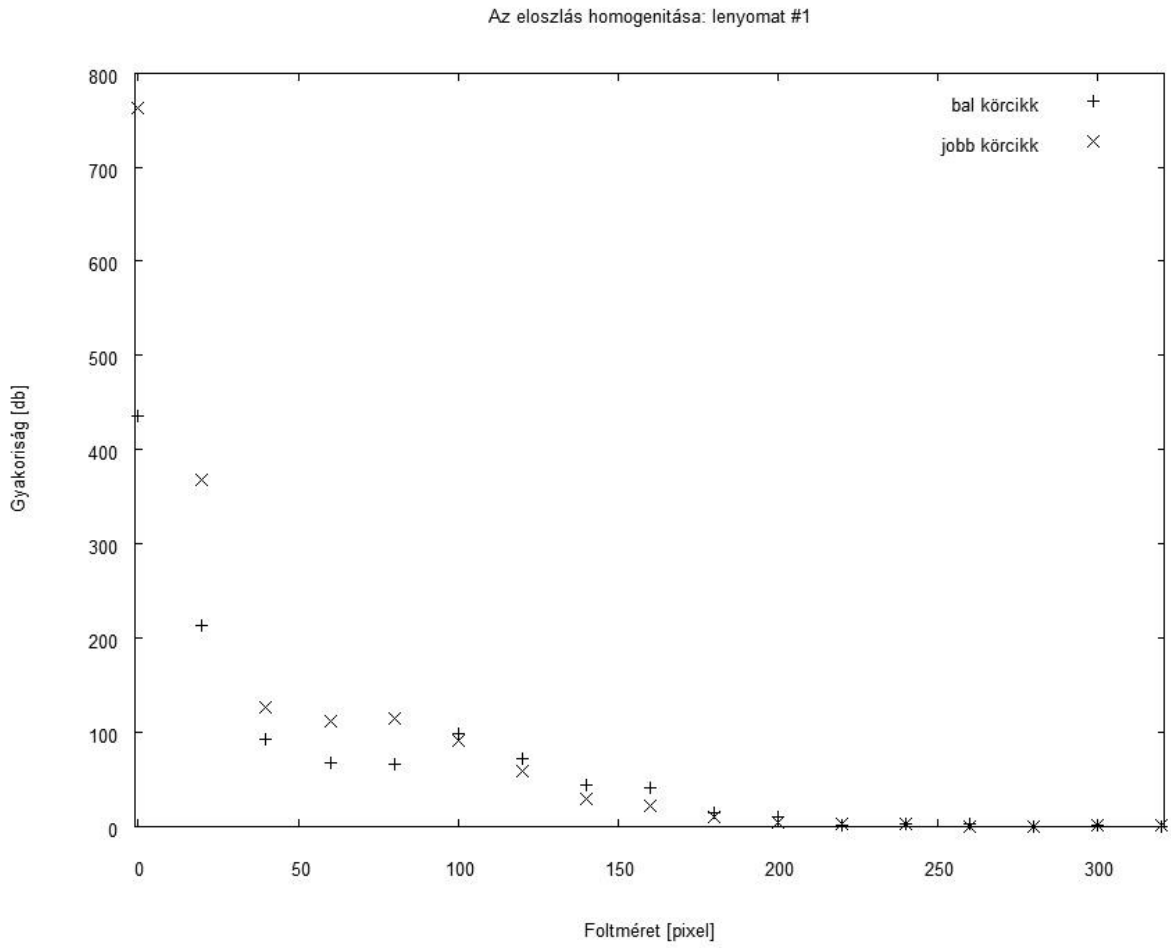

második lenyomat trh:210
exponenciális
Gauss
Előfordulás [db]
Folt mérete [pixel]
0
50
100
150
200
250
300
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
220

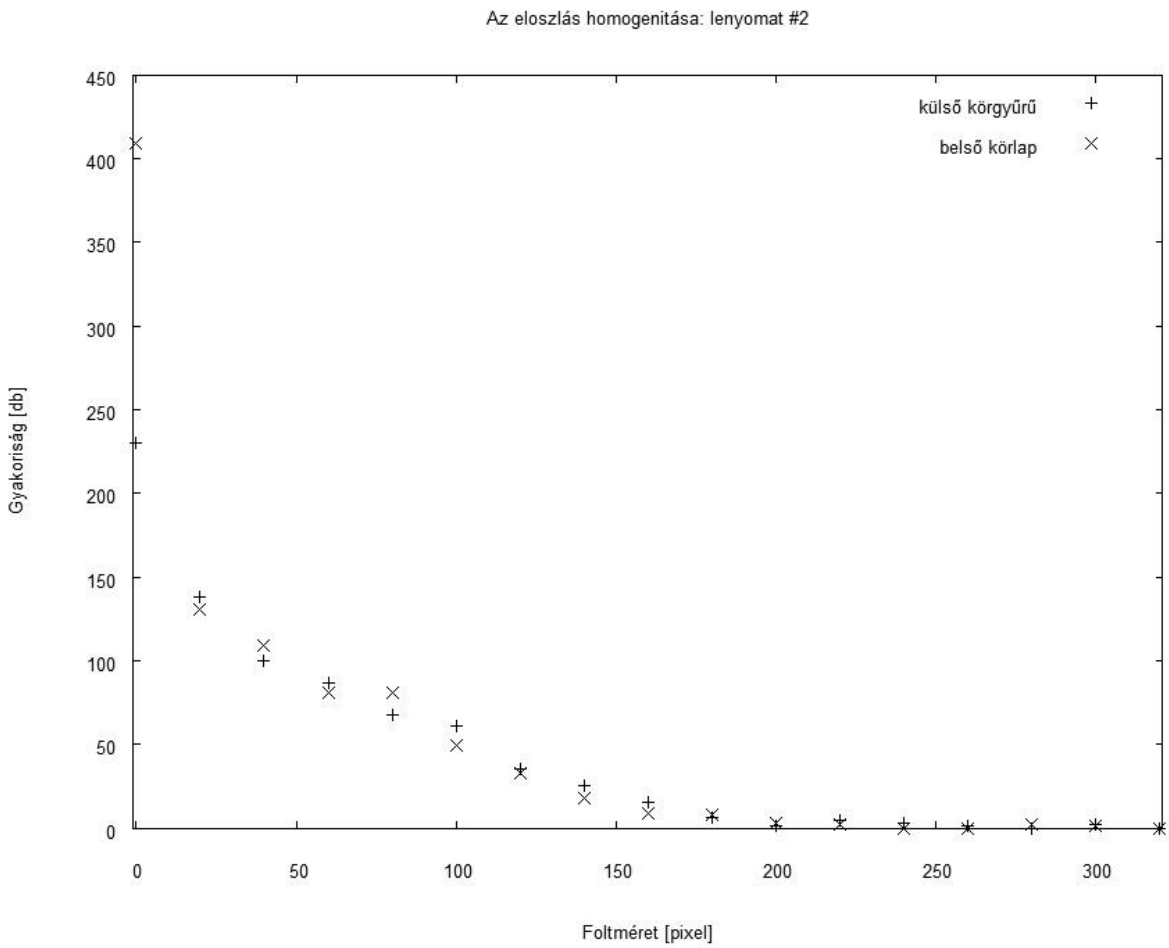

Foltméret eloszlás a lenyomaton
harmadik lenyomat trh:210
exponenciális
Gauss
Előfordulás [db]
Folt mérete [pixel]
0
50
100
150
200
250
300
350
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
220
240

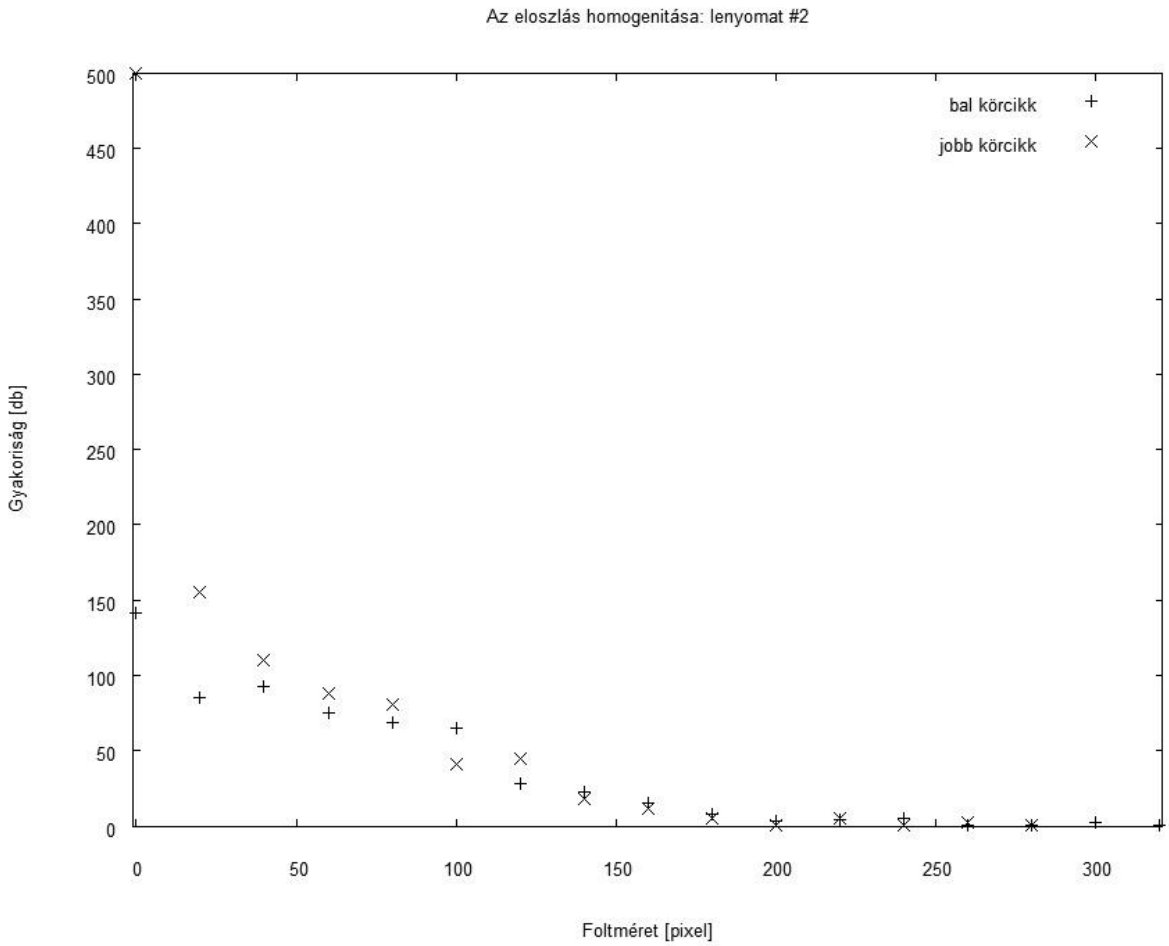

negyedik lenyomat trh:210
exponenciális
Gauss
Előfordulás [db]
Folt mérete [pixel]
0
50
100
150
200
250
300
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
220
240

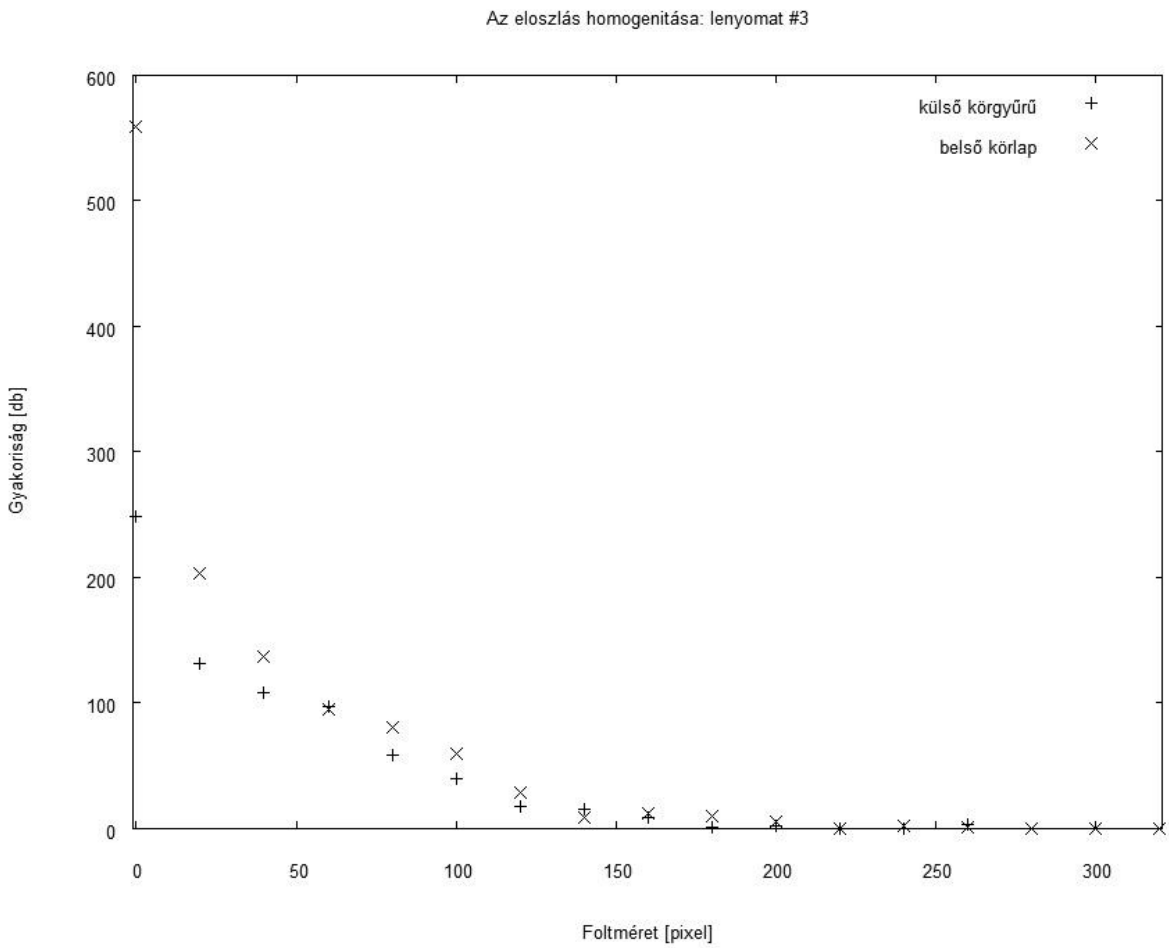

Foltméret eloszlás a lenyomaton
ötödik lenyomat trh:210
exponenciális
Gauss
Előfordulás [db]
Folt mérete [pixel]
0
50
100
150
200
250
300
350
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180

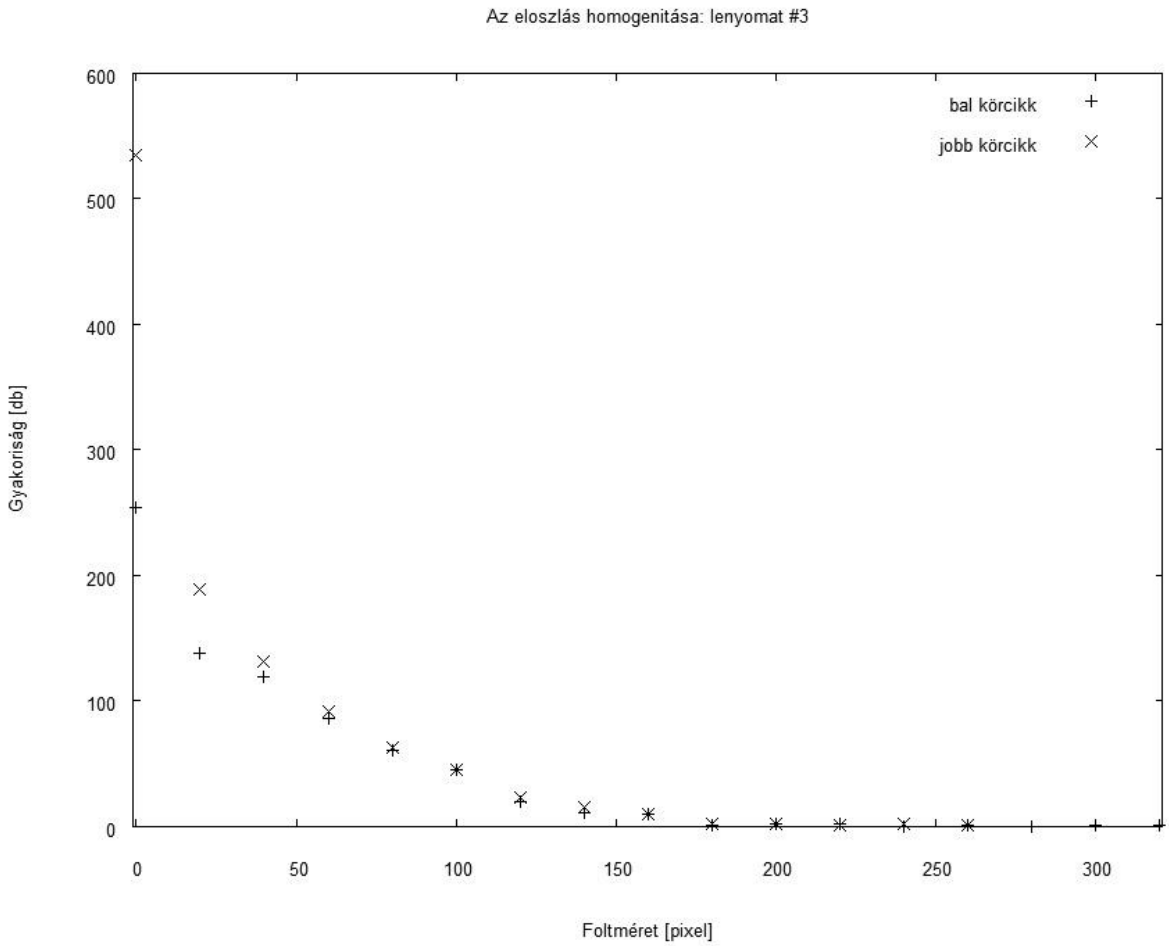

Az eloszlás homogenitása: lenyomat #1
külső körgyűrű
belső körlap
Gyakoriság [db]
Foltméret [pixel]
0
100
200
300
400
500
600
700
0
50
100
150
200
250
300

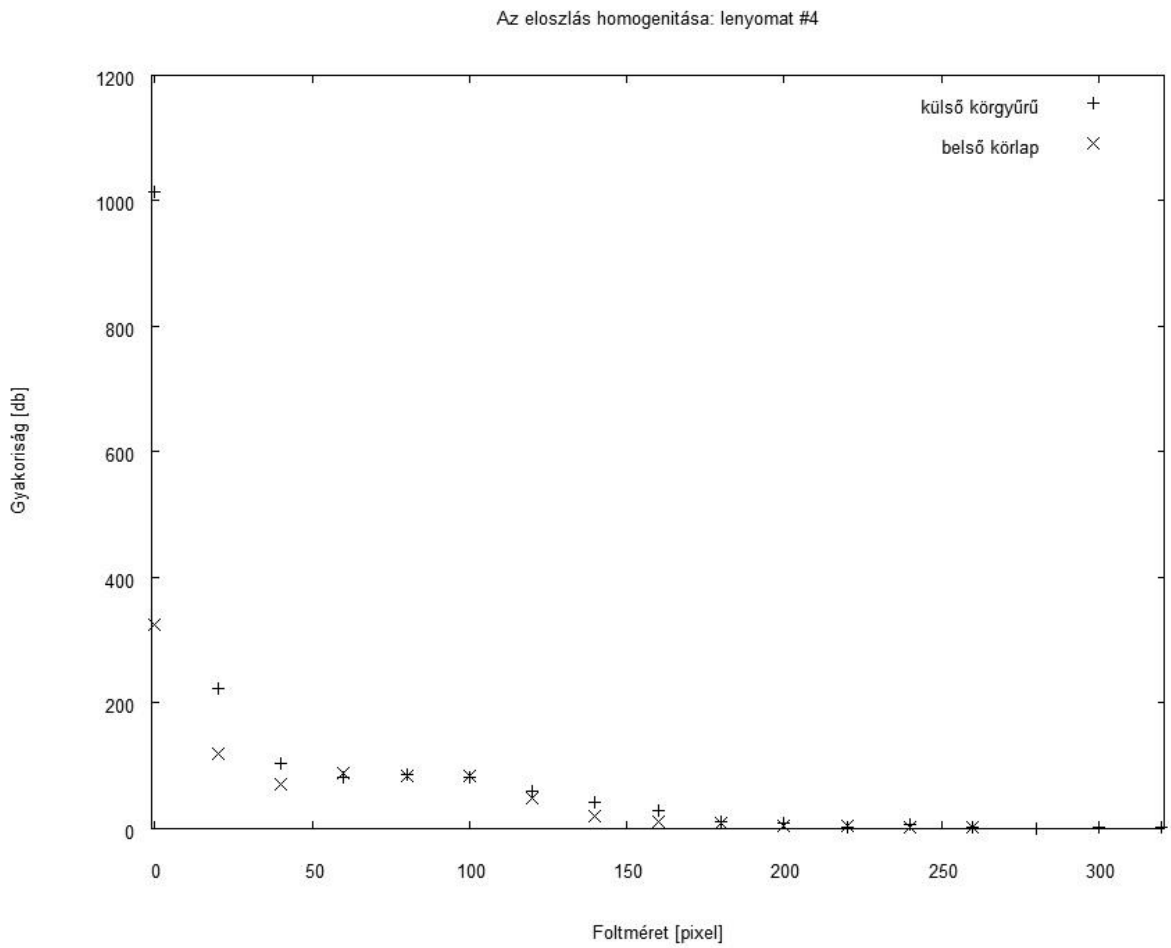

Az eloszlás homogenitása: lenyomat #1
bal körcikk
jobb körcikk
Gyakoriság [db]
Foltméret [pixel]
0
100
200
300
400
500
600
700
800
0
50
100
150
200
250
300

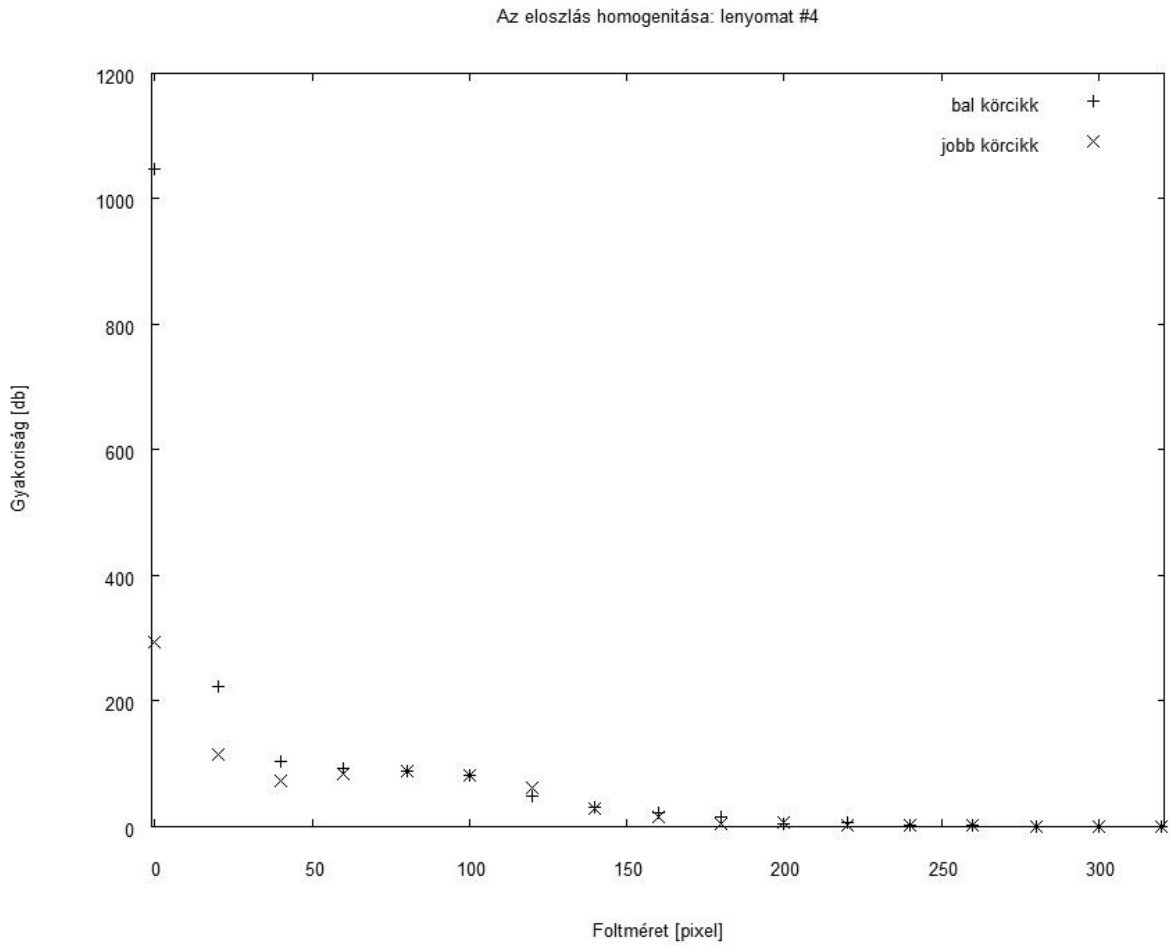

Az eloszlás homogenitása: lenyomat #2
külső körgyűrű
belső körlap
Gyakoriság [db]
Foltméret [pixel]
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450

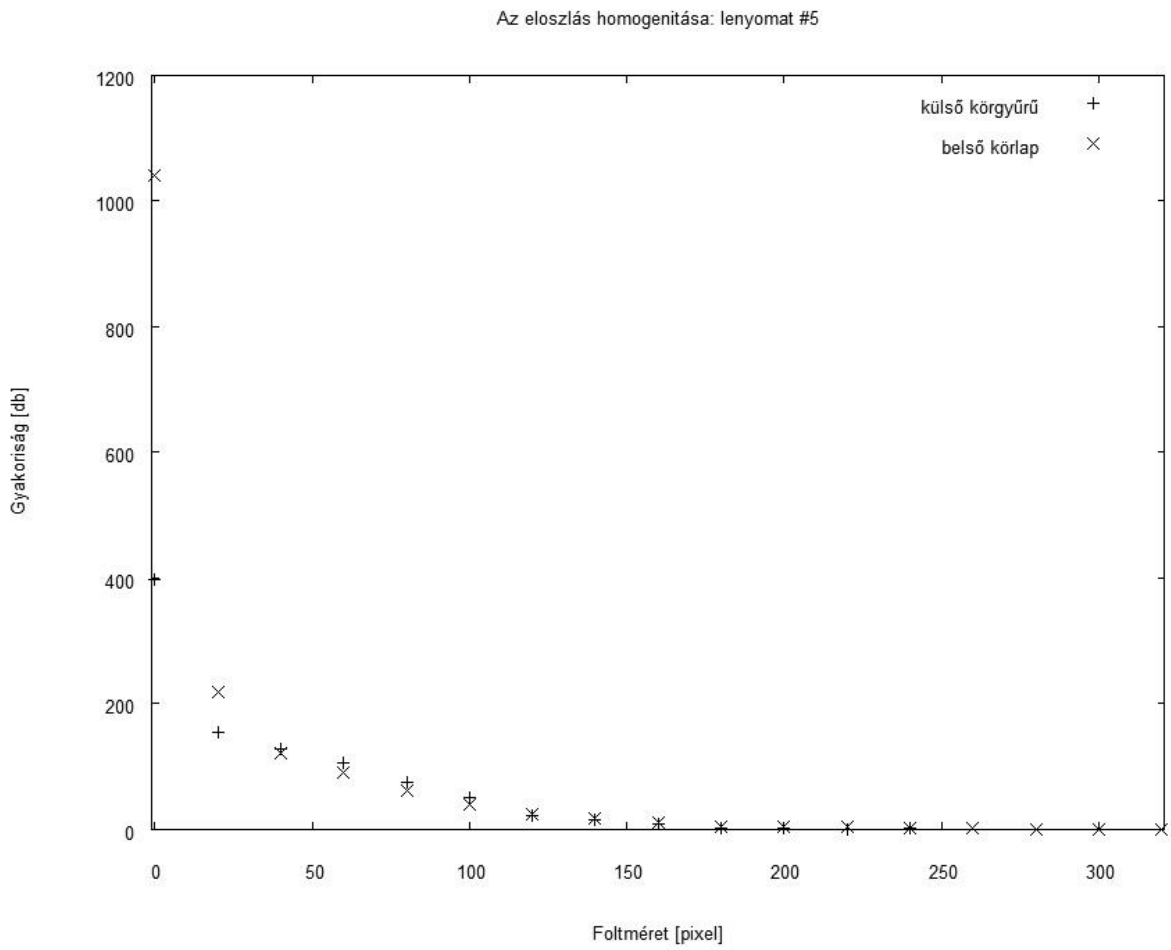

Az eloszlás homogenitása: lenyomat #2
bal körcikk
jobb körcikk
Gyakoriság [db]
Foltméret [pixel]
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450
500

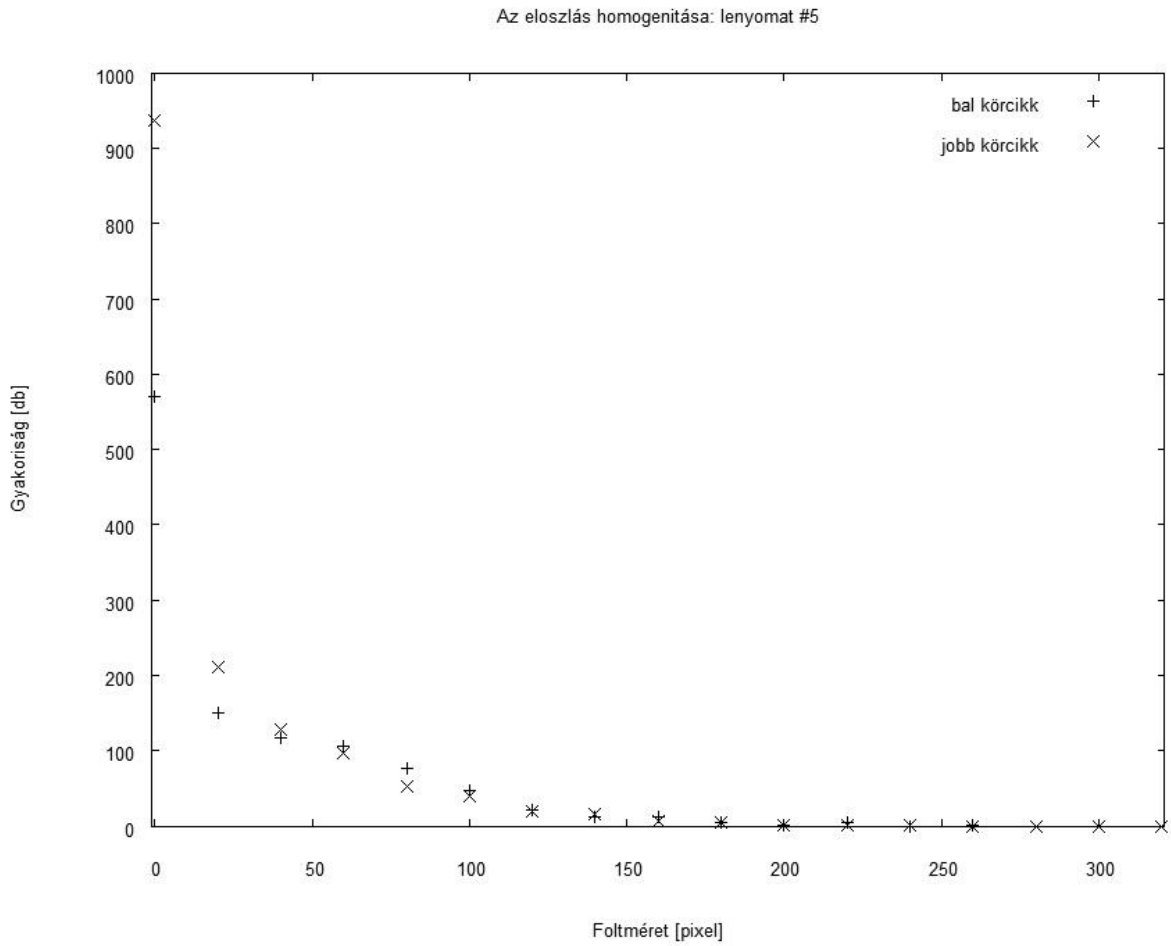

Az eloszlás homogenitása: lenyomat #3
külső körgyűrű
belső körlap
Gyakoriság [db]
Foltméret [pixel]
0
100
200
300
400
500
600
0
50
100
150
200
250
300


Az eloszlás homogenitása: lenyomat #3
bal körcikk
jobb körcikk
Gyakoriság [db]
Foltméret [pixel]
0
100
200
300
400
500
600
0
50
100
150
200
250
300


Az eloszlás homogenitása: lenyomat #4
külső körgyűrű
belső körlap
Gyakoriság [db]
Foltméret [pixel]
0
200
400
600
800
1000
1200
0
50
100
150
200
250
300


Az eloszlás homogenitása: lenyomat #4
bal körcikk
jobb körcikk
Gyakoriság [db]
Foltméret [pixel]
0
200
400
600
800
1000
1200
0
50
100
150
200
250
300


Az eloszlás homogenitása: lenyomat #5
külső körgyűrű
belső körlap
Gyakoriság [db]
Foltméret [pixel]
0
200
400
600
800
1000
1200
0
50
100
150
200
250
300


Az eloszlás homogenitása: lenyomat #5
bal körcikk
jobb körcikk
Gyakoriság [db]
Foltméret [pixel]
0
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000
0
50
100
150
200
250
300