

Modern Fizika Laboratórium
Fizika BSc

6. Zeeman-effektus

Mérést végezték:

Márkus Bence Gábor

Kálmán Dávid

Kedd délelőtti csoport

Mérés ideje: 04/17/2012

Beadás ideje: 04/25/2012

Érdemjegy:

1. A mérés rövid leírása

Mérésünk során anomális Zeeman-effektust vizsgáltunk. Megfigyeltük, ahogy mágneses térben a Hg 546.07 nm-es zöld vonalai felhasadnak. Ennek fizikai oka a mágneses momentum és a külső mágneses tér kölcsönhatása. Mérésünk során a felhasadási energiákat vizsgáltuk és becslést adtunk a Bohr-magneton értékére is.

2. Méréshez használt eszközök

- Hg spektrállámpa
- Ismert indukciójú elektromágnes
- Állítható áramú áramgenerátor
- Fabry–Perot-interferométer
- Lencsék
- Polárszűrő
- 2 Mpx felbontású webkamera
- Számítógép

3. Rövid elméleti összefoglaló

Külső, kis mágneses tér hatására az elektron energiszintjei a következő összefüggés alapján hasadnak fel:

$$E = E_0 + \mu_B B g_j m_j, \quad (1)$$

ahol E_0 az alapállapot energiaszintje, B a külső mágneses tér nagysága, μ_B a Bohr-magneton értéke, m a mágneses kvantumszám, g a giromágneses-(Landé-)faktor:

$$g_j = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l-1)}{2j(j+1)}. \quad (2)$$

Itt j az elektron impulzusmomentumát jellemző kvantumszám, s az elektron spin kvantumszáma, és l a pálya-impulzusmomentumhoz tartozó kvantumszám. m_j összesen $2j+1$ értéket vehet fel. Esetünkben az átmenetekre érvényes kiválasztási szabályok:

Kvantumszám megváltozás	Lehetséges értékek
Δs	0
Δl	$\pm 1, 0$
Δj	$\pm 1, 0$, kivéve $0 \rightarrow 0$
Δm_j	$\pm 1, 0$, kivéve $0 \rightarrow 0$, ha $\Delta j = 0$

A $\Delta m_j = \pm 1$ átmeneteket σ átmeneteknek nevezzük, ezek a mágneses térre merőlegesen polarizáltak és kevésbé jól láthatóak, míg a $\Delta m_j = 0$ átmeneteket π átmeneteknek hívjuk, ezek a mágneses térrel párhuzamosan polarizáltak. Az általunk vizsgált **Hg** két vegyértékelektronnal rendelkezik. Közelítésünk során viszont kezelhetjük úgy a problémát, mintha csak mindig az egyiket gerjesztenénk. Az általunk vizsgált 546.07 nm-es vonal esetén ez a $^3S_1 \rightarrow ^3P_2$ átmenetnek felel meg, ahol a giromágneses faktorok értéke rendre 2 és $\frac{3}{2}$. A felső szinten $j = 1$, azaz a szintek három alnívóra hasadnak (lásd [1] könyv ábrái), az alsón pedig $j = 2$, tehát itt öt felhasadást tapasztalunk. Ez összesen 15 átmenetet jelentene, de a kiválasztási szabályok miatt ebből összesen 9 valósul meg. π -átmenet esetén $\Delta m_j = 0$, ekkor a középső energiaszint nem változik, és két, ettől

$$\delta = \pm \frac{1}{2} \mu_B B \quad (3)$$

távolságra lévő energiaszint jelenik meg. Tehát

$$E_{Z,\pi} = \frac{1}{2} \mu_B B \quad (4)$$

σ -átmenet esetén $\Delta m_j = \pm 1$. Ez alapján összesen 6 vonalat várnánk, ám ebből a kamera véges felbontóképessége miatt 3 – 3-at gyűrűvé mosódva láttunk. Itt a $j \rightarrow j - 1$, $m_j \rightarrow m_j \pm 1$ átmenetre a következő összefüggés lesz igaz:

$$I_r = (j \mp m_j - 1)(j \mp m_j). \quad (5)$$

A reláció természetesen igaz lesz az általunk vizsgált esetben is, figyelembe véve, hogy a nyíl ellentett irányba mutat. Ez alapján:

$$E_{Z,\sigma} = \frac{5}{4} \mu_B B \quad (6)$$

4. Mérési eredmények

4.1. Képfeldolgozás

Ahhoz, hogy az interferenciagyűrűk sugarait meg tudjuk határozni, először minden webkamera által készített képet 8-bit Greyscale-lé alakítottunk. Ennek következtében a kép minden pixelét az ott lévő intenzitás alapján 0 – 255-ig terjedő számmá alakítottunk. Ezt követően szemre megkerestük a kalibrációs képen azt a sort, amelyik feltételezhetően az átmérőt tartalmazta és az ettől eggyel feljebb és lejjebb lévő sorral átlagoltuk, a statisztikai hibák kiszűrése érdekében. Mivel a mérés során a nagyítást nem változtattuk, így minden mérés esetében ezt három sort kell kiértékelnünk. Ezt követően szemre megkerestük az intenzitáscsúcsokat és a pontosság növelése érdekében a kalibrációs görbénél és a σ átmenetek vizsgálatakor mindent csúcsra egy-egy Lorentz-görbét illesztettünk, ami megadta a görbe intenzitáseloszlásának súlyozott maximumát (π -átmenetnél a maximumokat kénytelenek voltunk „szemre” (megkerestük a mátrixban) leolvasni, mivel itt a három csúcs túl közel volt egymáshoz a görbeillesztéshez). Kiértékelés során a középponttól számított 5 gyűrűt vettük csak figyelembe, mivel ezek voltak jól kivehetőek, kivéve a kalibrációs görbénél, ott a belső 7 gyűrűt. A kiértékeléshez Origin-t használtuk.

4.2. Kalibráció

Kalibráció során a mágneses tér zérus volt. A kamera nagyítását beállítottuk ideálisra, majd meghatároztuk a lencserendszer nagyítását az alábbi módon:

$$D_{m-1}^2 - D_m^2 = N \frac{\lambda}{2d}, \quad (7)$$

$$N = (D_{m-1}^2 - D_m^2) \frac{2d}{\lambda}, \quad (8)$$

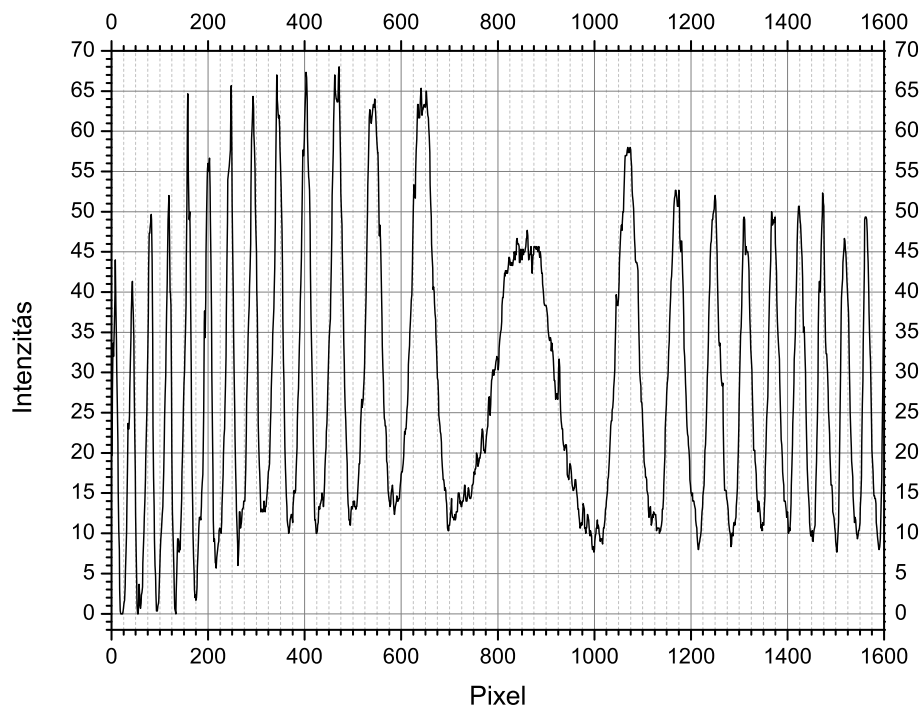
ahol a vizsgált hullámhossz $\lambda = 546.07$ nm, a Fabry–Perrot interferométer lemeztávolsága pedig $d = 8$ mm volt. A kép vizsgálata után úgy találtuk, hogy az átmérőt vízszintesen tartalmazó sor az 575-dik. A 4.1 bekezdésben leírtak alapján eljárva a gyűrűk elhelyezkedése:

m	x_{bal}	x_{jobb}	D	$\Delta(D_{m,m-1}^2)$
1	644.526	1068.758	424.232	
2	542.349	1170.817	628.478	215011.807
3	466.095	1248.026	781.931	216431.492
4	401.737	1313.752	912.015	220355.272
5	344.819	1371.155	1026.336	221594.225
6	292.929	1424.897	1131.968	224985.961
7	245.196	1472.988	1227.792	226121.642

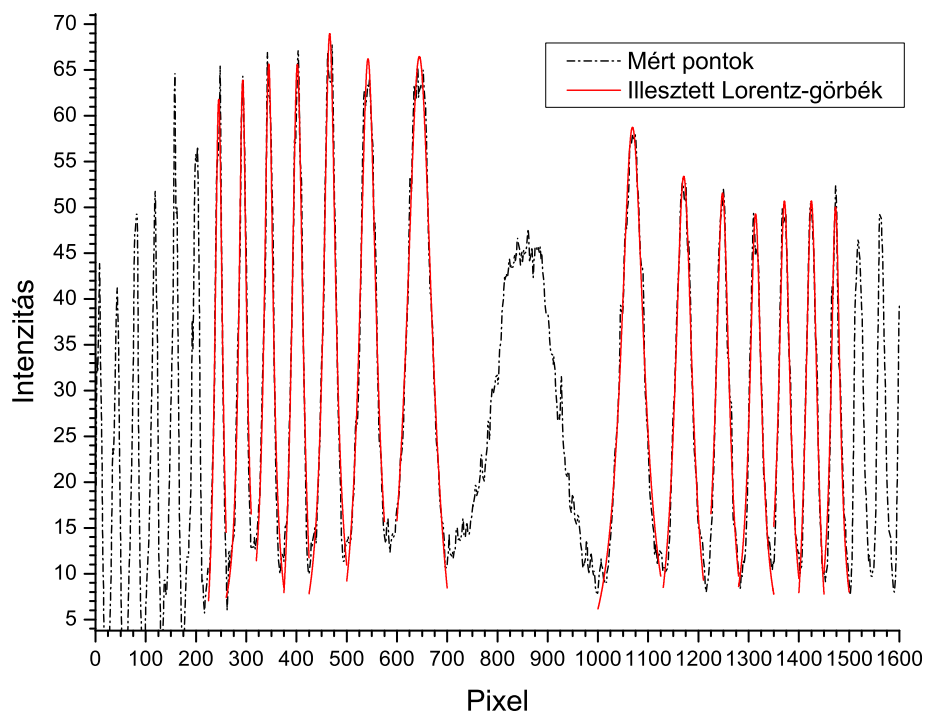
A ΔD^2 értékeket átlagolnunk kell, mivel a nagyítás elviekben konstans, ezzel: $\overline{\Delta D^2} = 220750.067$ A nagyítás innen meghatározható:

$$N = \overline{\Delta D^2} \frac{2d}{\lambda} = 6.47 \pm 0.17 \cdot 10^9 \quad (9)$$

A készített kalibrációs görbe:



1. ábra. Kalibrációs görbe az átmérő mentén



2. ábra. Kalibrációs görbe az illesztett Lorentz-görbékkel

4.3. π -átmenetek vizsgálata

A π -átmenetek vizsgálatához beállítottuk a polárszűrőt a megfelelő irányba majd az áramerősséget 700 mA-tól 1350 mA-ig változtatva 6 képet vettünk fel. A képek feldolgozásánál itt elegendő volt csupán a felhasadt gyűrűk átmérőit leolvasnunk, mivel az alapgyűrűk helyzete megegyezett a kalibrációs mérés során mértekkel. Ezenkívül az azonos rendű gyűrűk sugarai és hullámhosszkülönbség között fennáll az alábbi összefüggés:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{N} (D_m^2 - D_{m'}^2). \quad (10)$$

Behelyettesítés során $\Delta\lambda$ értékénél a két szélső kör gyűrű átmérőjét helyettesítettük be. A mérés során az eltérés kétszeresét mérjük, ezért a számolt adatokat feleztük. Ennek ismeretében a Zeeman-energiák már meghatározhatóak:

$$E_Z = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda + \Delta\lambda}, \quad (11)$$

ahol h és c ismert állandók. A mágneses tér erősségét a mérés során használt mágnes esetében a következő képpen számoltuk:

$$B = 0.89I \quad (12)$$

A mért és számolt adatok:

$$I = 700 \text{ mA} \rightarrow B = 0.623 \text{ T}$$

m	$x_{\text{bal,bal}}$	$x_{\text{bal,jobb}}$	$x_{\text{jobb,bal}}$	$x_{\text{jobb,jobb}}$	$D_{\text{belső}}$	$D_{\text{külső}}$	$\Delta\lambda$ (pm)
1	636	658	1049	1088	391	452	2.17
2	528	556	1163	1193	607	665	3.11
3	457	480	1240	1263	760	806	3.04
4	396	411	1313	1326	902	930	2.16
5	334	363	1358	1373	995	1039	3.78
$\Delta\lambda = 2.85$ (pm)							

$$I = 851 \text{ mA} \rightarrow B = 0.757 \text{ T}$$

m	$x_{\text{bal,bal}}$	$x_{\text{bal,jobb}}$	$x_{\text{jobb,bal}}$	$x_{\text{jobb,jobb}}$	$D_{\text{belső}}$	$D_{\text{külső}}$	$\Delta\lambda$ (pm)
1	620	665	1059	1090	394	470	2.77
2	535	551	1159	1190	608	655	2.51
3	455	479	1233	1265	754	810	3.70
4	386	408	1303	1325	895	939	3.41
5	333	352	1368	1378	1016	1045	2.52
$\Delta\lambda = 2.98$ (pm)							

$$I = 1000 \text{ mA} \rightarrow B = 0.890 \text{ T}$$

m	$x_{\text{bal,bal}}$	$x_{\text{bal,jobb}}$	$x_{\text{jobb,bal}}$	$x_{\text{jobb,jobb}}$	$D_{\text{belső}}$	$D_{\text{külső}}$	$\Delta\lambda$ (pm)
1	615	673	1052	1089	379	474	3.42
2	534	549	1151	1195	602	661	3.15
3	448	474	1226	1261	752	813	4.03
4	392	410	1308	1325	898	933	2.71
5	337	363	1369	1385	1006	1048	3.64
$\Delta\lambda = 3.39$ (pm)							

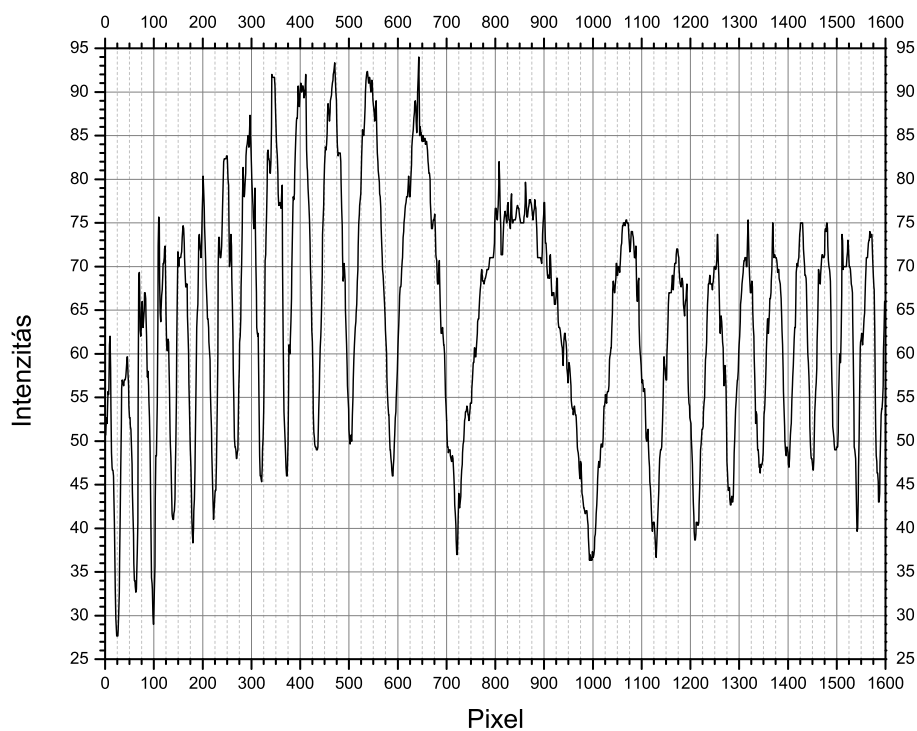
$$I = 1111 \text{ mA} \rightarrow B = 0.898 \text{ T}$$

m	$x_{\text{bal,bal}}$	$x_{\text{bal,jobb}}$	$x_{\text{jobb,bal}}$	$x_{\text{jobb,jobb}}$	$D_{\text{belső}}$	$D_{\text{külső}}$	$\Delta\lambda$ (pm)
1	619	676	1048	1104	372	485	4.09
2	530	559	1149	1192	590	662	3.81
3	452	474	1229	1265	755	813	3.84
4	384	415	1303	1315	888	931	3.30
5	337	354	1350	1389	996	1052	4.84
$\Delta\lambda = 3.98$ (pm)							

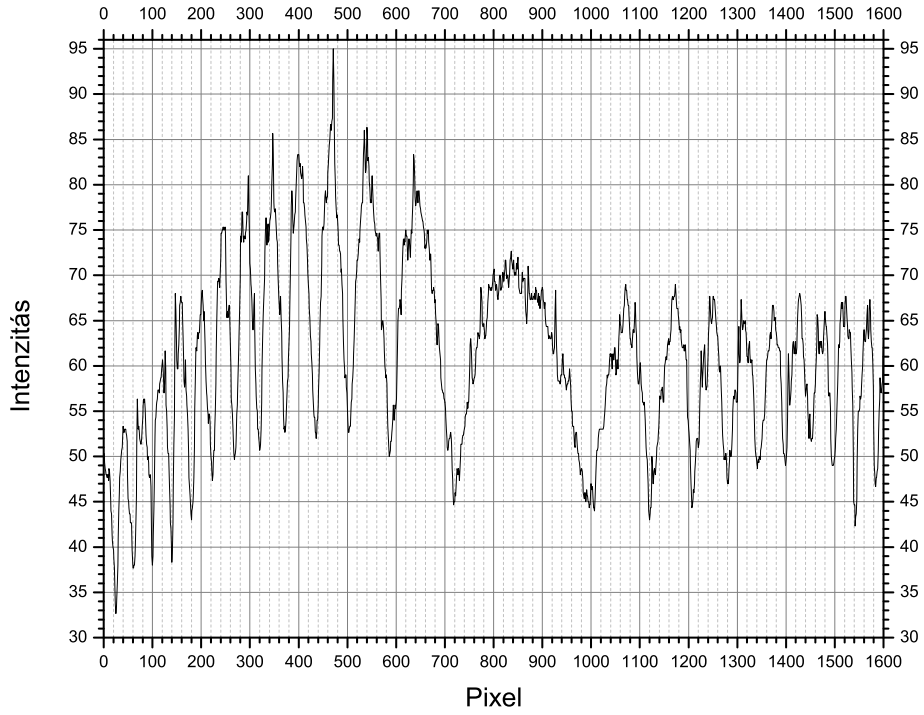
$$I = 1250 \text{ mA} \rightarrow B = 1.113 \text{ T}$$

m	$x_{\text{bal,bal}}$	$x_{\text{bal,jobb}}$	$x_{\text{jobb,bal}}$	$x_{\text{jobb,jobb}}$	$D_{\text{belső}}$	$D_{\text{külső}}$	$\Delta\lambda$ (pm)
1	627	664	1031	1102	367	475	3.84
2	527	560	1149	1203	589	676	4.65
3	443	490	1231	1267	741	824	5.05
4	383	419	1294	1327	875	944	5.30
5	339	370	1353	1399	983	1060	6.65
$\Delta\lambda = 5.09$ (pm)							

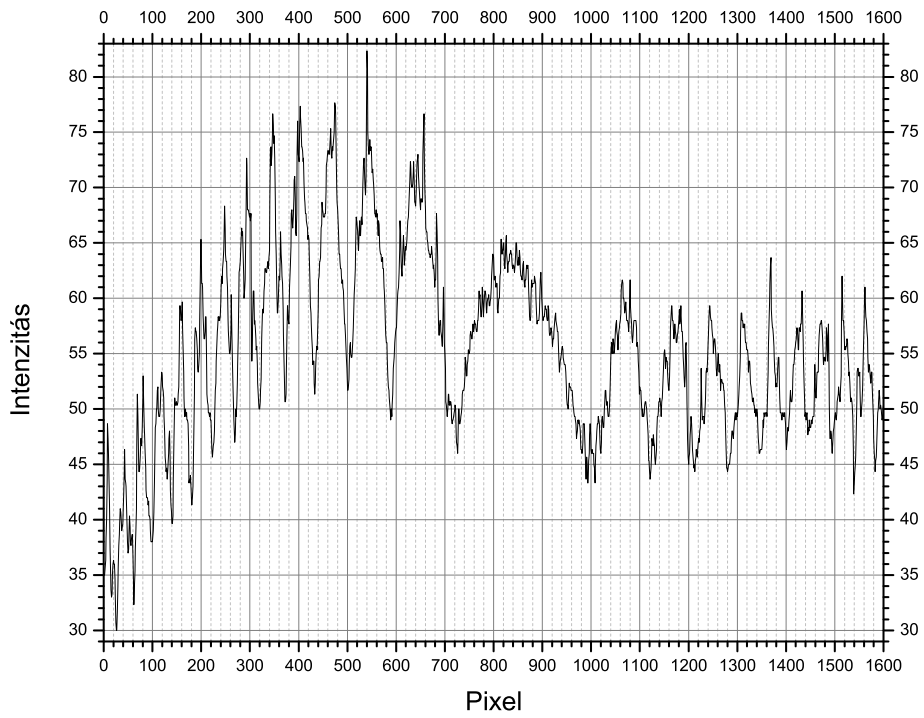
A mérések közül az 1350 mA-en mért képet már a zaj miatt nem tudtuk kiértékelni, ám így is kellően sok adatunk volt. A mért képekből készített grafikonok:



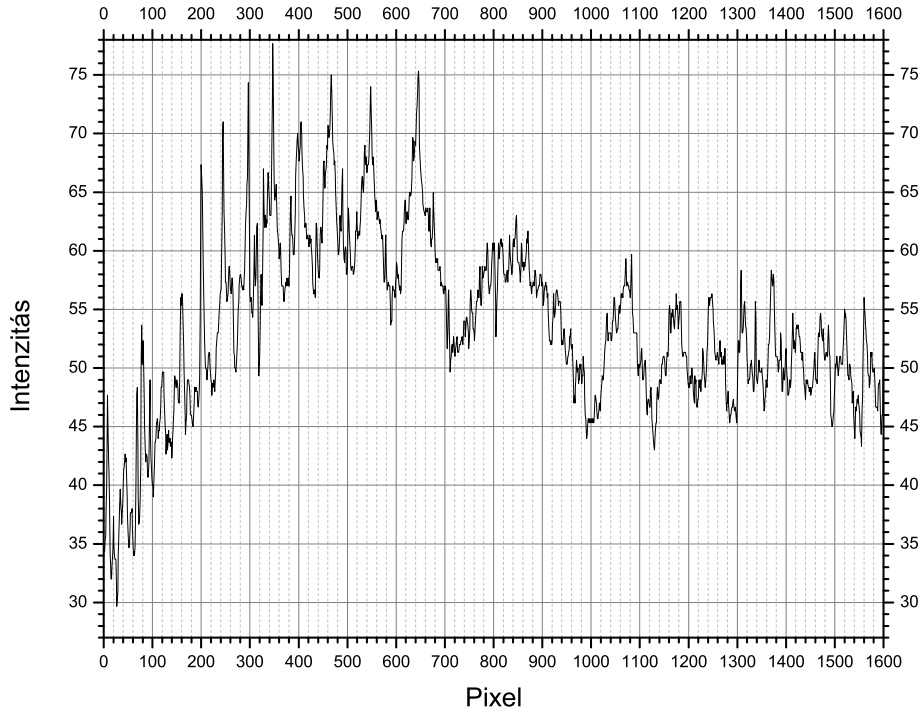
3. ábra. $I = 700 \text{ mA}$



4. ábra. $I = 810$ mA



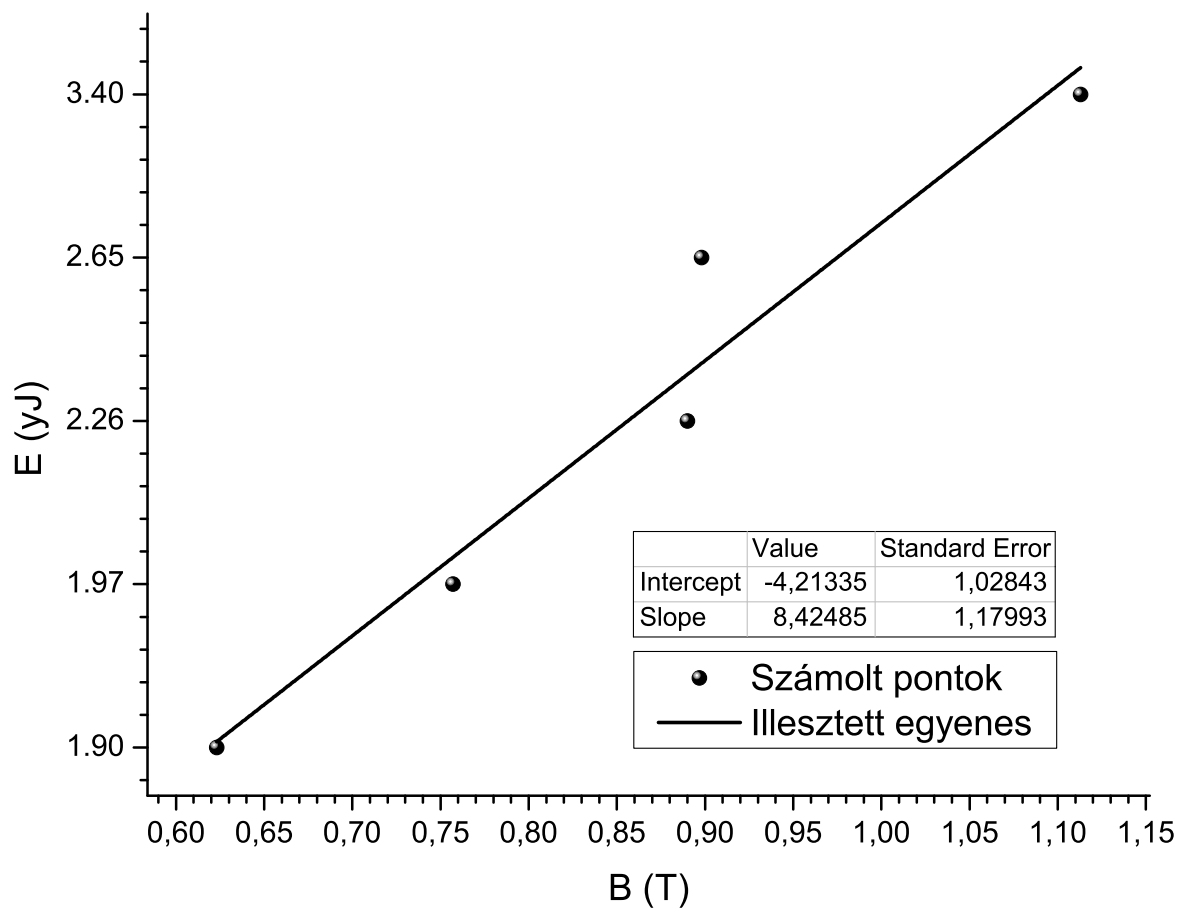
5. ábra. $I = 1000$ mA



6. ábra. $I = 1111$ mA

Látható, hogy az áramerősség – azaz a mágneses indukció – növelésével a Zeeman-energia értéke lineárisan növekszik. Illetve, látszik magasabb áramértékeknél a képek szerkezete egyre kivehetetlenebbé válik, mivel a gyűrűk kezdenek fedésbe kerülni. A Zeeman-energiákat az átlagos hullámhossz-eltolódásból számoltuk. Az $E_{Z,\pi}(B)$ pontpárookra $Ax + B$ egyenest illesztettünk:

B (T)	$E_{Z,\pi}$ (yJ)
0.623	1.90
0.757	1.97
0.890	2.26
0.898	2.65
1.113	3.40



7. ábra. Illesztett egyenes

Az illesztés paramétereit:

$$A = 8.42 \pm 1.18 \frac{\text{yJ}}{\text{T}},$$

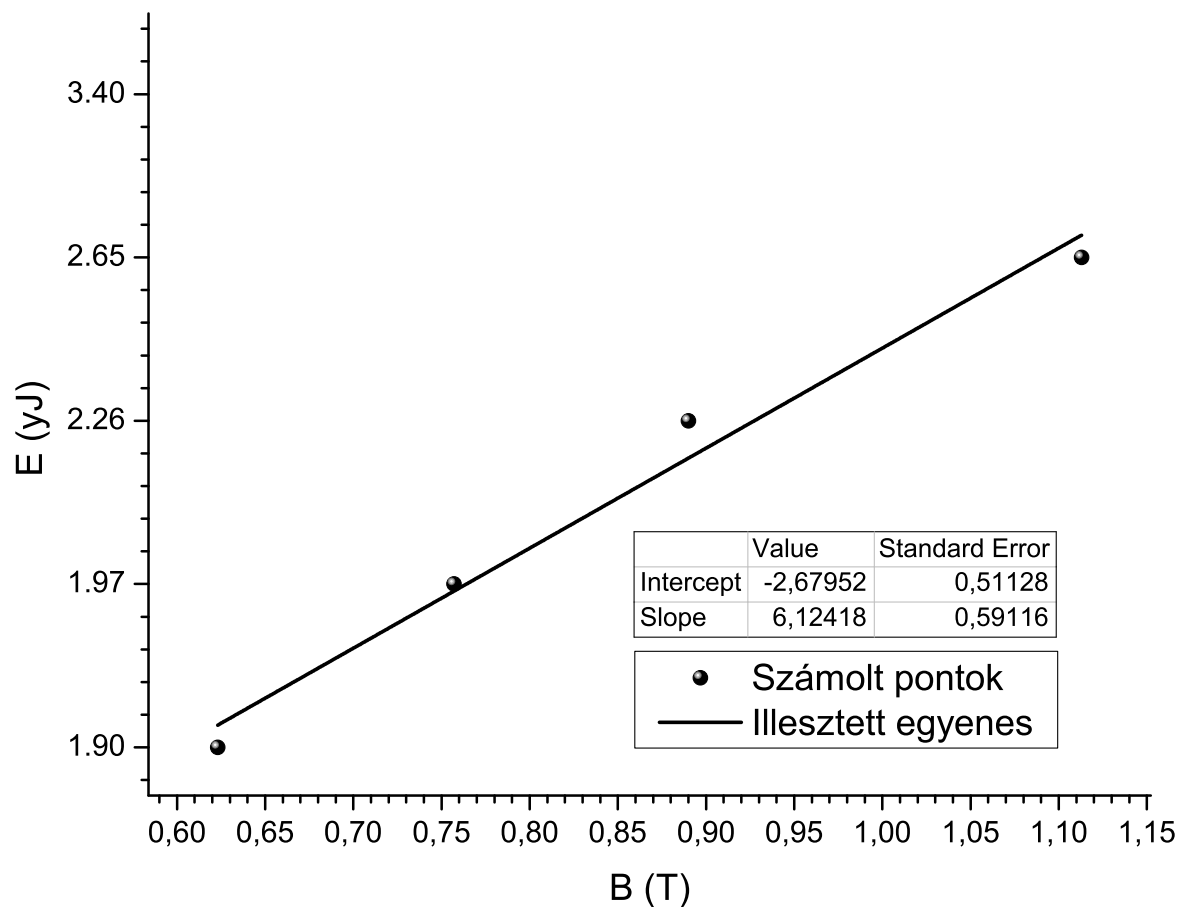
$$B = -4.21 \pm 1.03 \text{ T}.$$

Innen meghatározható a Bohr-magneton értéke:

$$\mu_B = 2A = 16.84 \pm 2.36 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}. \quad (13)$$

Látható, hogy a szakirodalomban elfogadott $9.27 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$ értékhez képest ez óriási eltérést mutat.

Némileg jobb eredményt kapunk amennyiben a grafikonról eltávolítjuk a $B = 0.898$ T „outlier”-nek minősülő pontot:



8. ábra. Korrigált egyenes

Ekkor a Bohr-magneton értéke:

$$\mu_B = 12.24 \pm 1.18 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}. \quad (14)$$

4.4. σ -átmenetek vizsgálata

σ -átmenetek vizsgálatához átállítottuk a polárszűrőt majd az áramerősséget 250 mA-tól 1155 mA-ig változtatva 7 képet vettünk fel, sajnos azonban az 500 mA és 750 mA-en felvett képekből nem kivehetőek a felhasadt gyűrűk, így ezeket nem tudtuk érdemben feldolgozni. σ -átmenetek vizsgálatakor a várt 6 gyűrűből 3 – 3-at összemosodva látunk, így a grafikonjainkon ennek megfelelően általában 2 csúcs látszik. Ezekre Lorentz-görbét illesztettünk.

A mért és számolt adatok:

$$I = 250 \text{ mA} \rightarrow B = 0.223 \text{ T}$$

m	$x_{\text{bal,bal}}$	$x_{\text{bal,jobb}}$	$x_{\text{jobb,bal}}$	$x_{\text{jobb,jobb}}$	$D_{\text{belső}}$	$D_{\text{külső}}$	$\Delta\lambda$ (pm)
1	621.248	668.079	1042.692	1094.641	374.613	473.393	3.53
2	525.409	558.582	1157.511	1187.142	598.929	661.733	3.34
3	453.914	482.823	1235.859	1257.106	753.036	803.192	3.29
4	391.013	411.681	1309.622	1320.755	897.941	929.742	2.45
5	335.634	361.467	1373.755	1382.820	1012.288	1047.186	3.03
$\Delta\lambda = 3.13$ (pm)							

$$I = 300 \text{ mA} \rightarrow B = 0.267 \text{ T}$$

m	$x_{\text{bal,bal}}$	$x_{\text{bal,jobb}}$	$x_{\text{jobb,bal}}$	$x_{\text{jobb,jobb}}$	$D_{\text{belső}}$	$D_{\text{külső}}$	$\Delta\lambda$ (pm)
1	616.226	676.755	1035.326	1097.431	358.571	481.205	4.36
2	524.832	566.947	1149.518	1192.452	582.571	667.620	4.49
3	449.299	485.264	1229.043	1266.735	743.779	817.436	4.85
4	387.176	418.531	1296.730	1328.002	878.199	940.826	4.81
5	332.592	360.274	1358.728	1386.094	998.454	1053.502	4.77
$\Delta\lambda = 4.66$ (pm)							

$$I = 350 \text{ mA} \rightarrow B = 0.312 \text{ T}$$

m	$x_{\text{bal,bal}}$	$x_{\text{bal,jobb}}$	$x_{\text{jobb,bal}}$	$x_{\text{jobb,jobb}}$	$D_{\text{belső}}$	$D_{\text{külső}}$	$\Delta\lambda$ (pm)
1	568.120	600.415	914.513	968.708	314.098	400.588	5.22
2	490.630	519.695	1108.314	1136.995	588.519	646.365	6.01
3	424.005	444.880	1192.986	1220.717	748.106	796.712	6.34
4	363.863	385.356	1276.069	1284.504	890.713	920.641	4.58
5	313.544	325.994	1335.548	1355.348	1009.554	1041.804	5.58
$\Delta\lambda = 5.55$ (pm)							

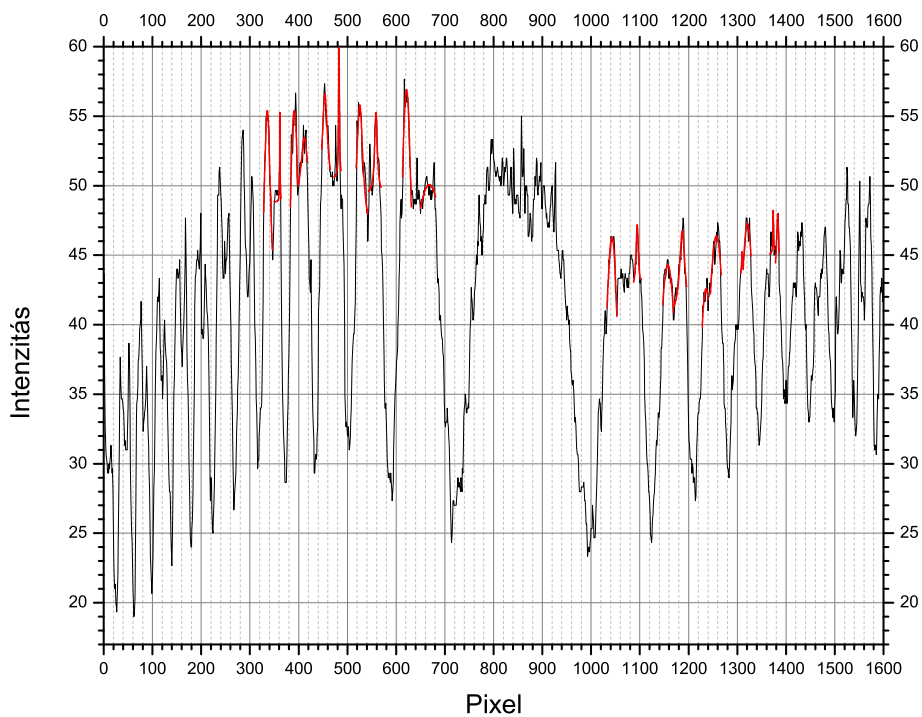
$$I = 1024 \text{ mA} \rightarrow B = 0.911 \text{ T}$$

m	$x_{\text{bal,bal}}$	$x_{\text{bal,jobb}}$	$x_{\text{jobb,bal}}$	$x_{\text{jobb,jobb}}$	$D_{\text{belső}}$	$D_{\text{külső}}$	$\Delta\lambda$ (pm)
1	587.056	598.743	1108.617	1130.105	509.874	543.049	21.43
2	491.511	509.215	1205.002	1215.152	695.787	723.641	21.87
3	435.437	449.528	1271.070	1289.472	821.542	854.035	22.12
4	370.907	382.276	1344.095	1365.025	961.819	994.118	21.73
5	313.404	329.141	1390.379	1400.039	1061.238	1086.635	21.87
$\Delta\lambda = 21.80$ (pm)							

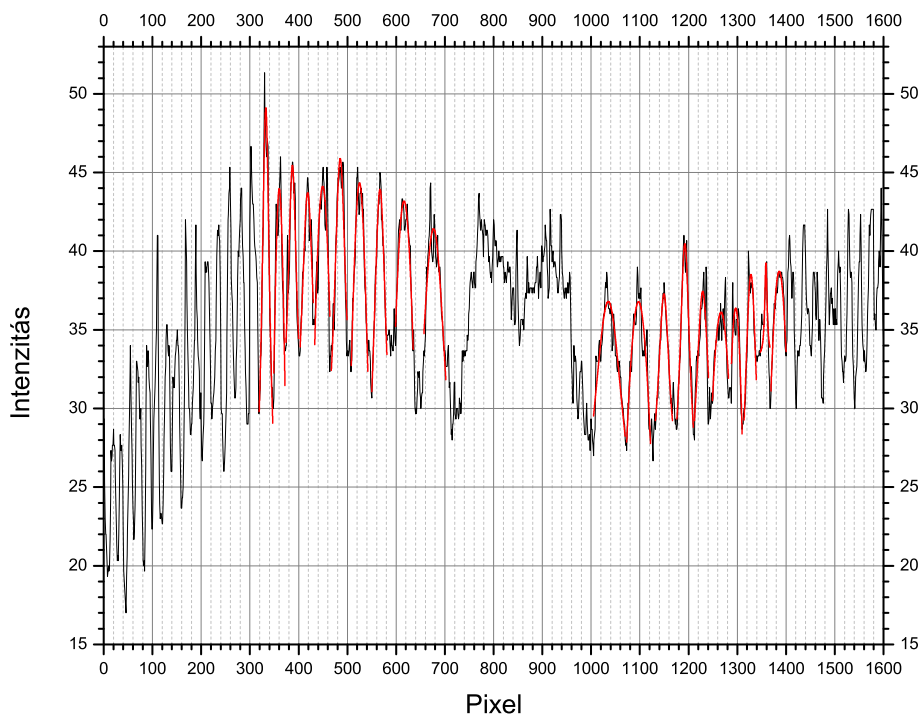
$$I = 1155 \text{ mA} \rightarrow B = 1.028 \text{ T}$$

m	$x_{\text{bal,bal}}$	$x_{\text{bal,jobb}}$	$x_{\text{jobb,bal}}$	$x_{\text{jobb,jobb}}$	$D_{\text{belső}}$	$D_{\text{külső}}$	$\Delta\lambda$ (pm)
1	583.680	608.399	1079.626	1109.238	471.227	525.558	24.47
2	489.180	507.902	1170.457	1203.121	662.555	713.941	24.46
3	442.907	455.414	1246.381	1274.084	790.967	831.117	24.49
4	363.501	380.605	1334.959	1350.942	954.354	987.441	24.35
5	327.993	346.945	1387.614	1405.045	1040.669	1077.052	25.99
$\Delta\lambda = 24.75$ (pm)							

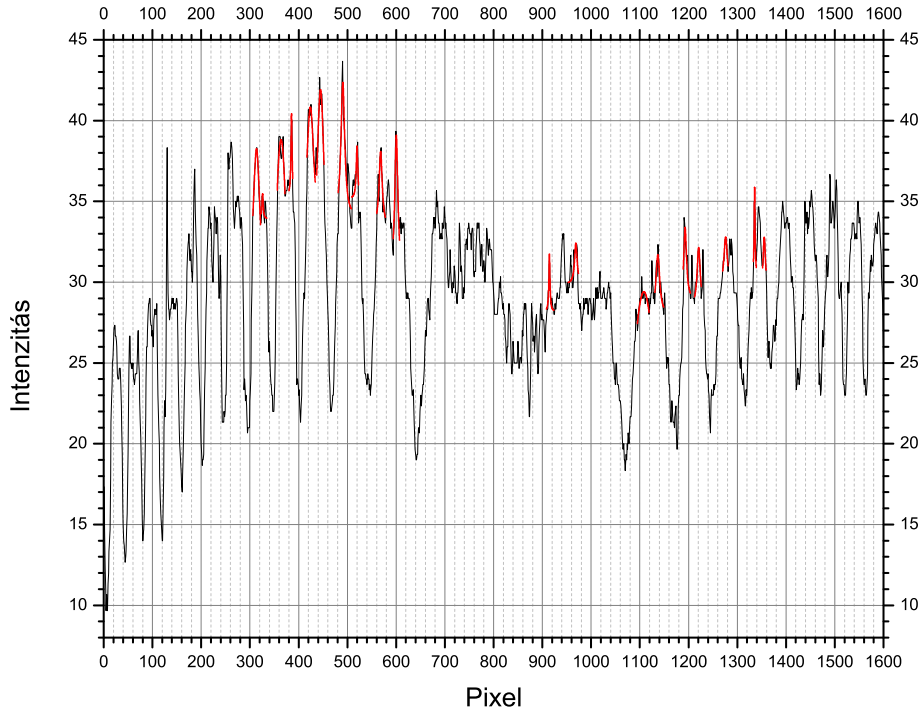
A mért grafikonok az illesztett görbékkel:



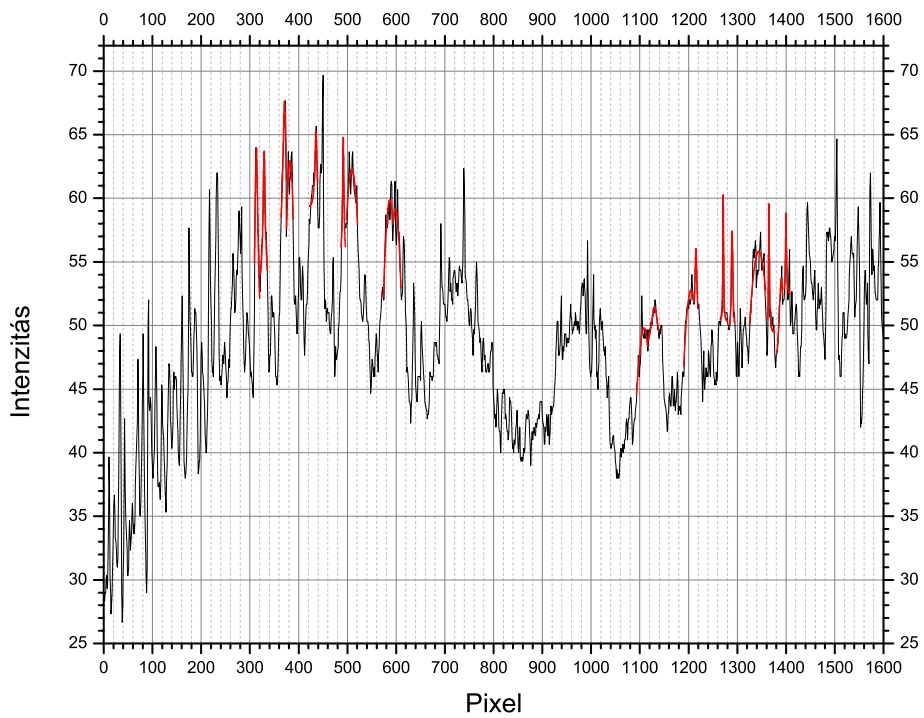
9. ábra. $I = 250$ mA



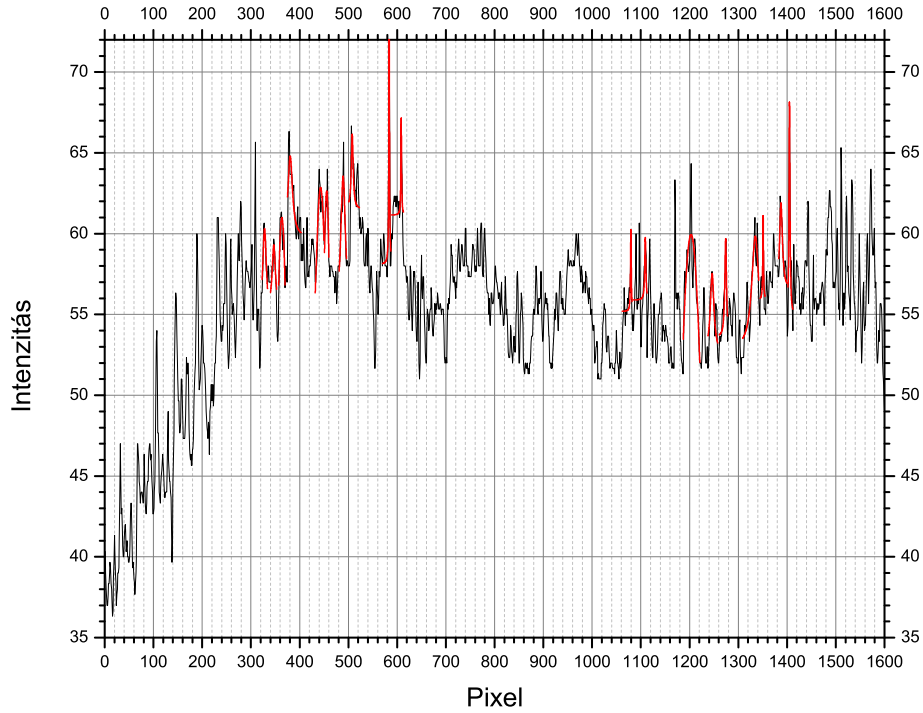
10. ábra. $I = 300$ mA



11. ábra. $I = 350$ mA



12. ábra. $I = 1024$ mA



13. ábra. $I = 1255 \text{ mA}$

Innen a Zeeman-energiák:

B (T)	$E_{Z,\sigma}$ (yJ)
0.223	2.09
0.267	3.10
0.312	3.70
0.911	14.52
1.028	16.49

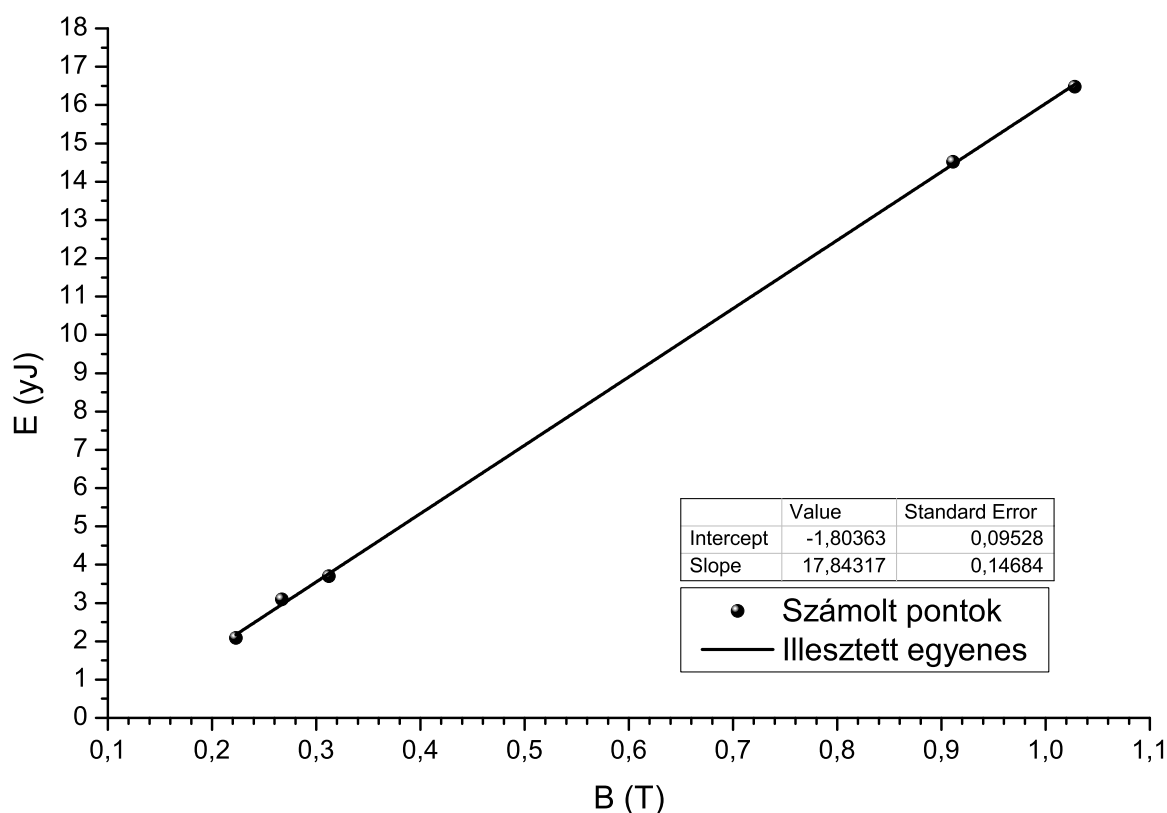
A görbékre illesztett egyenes meredeksége:

$$A = 17.84 \pm 0.15 \frac{\text{yJ}}{\text{T}}.$$

Innen a Bohr-magneton értéke:

$$\mu_B = \frac{4}{5}A = 14.27 \pm 0.12 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}.$$

Az illesztett görbe:



14. ábra. Illesztett egyenes

Látható, hogy görbe itt sokkal jobban illeszkedett a mért pontokra.

5. Diskusszió

Mérésünk során sikeresen meghatároztuk a Bohr-magneton értékét mind a σ -, mind a π -felhasadásokra. A számolt értékek bár hibahatáron kívül esnek, nagyságrendileg megfelelőek. Véleményünk szerint a mérést pontosabban el tudnánk végezni, ha a webkamera helyett egy teljes értékű digitális fényképezőt használtunk volna, aminek sokkal nagyobb az érzékenysége (és a felbontása is). Ezen kívül jó ötlet lenne, ha a B spektrumot folyamatosan tudnánk felvenni, például olyan mód, hogy nem állóképeket, hanem videót készítenénk a mérésről. Természetesen ez esetben B értékét lineárisan kellene növelni. Egyetlen nehézsége a módszernek az volna hogy állókép helyett videót kellene feldolgozni (bár kép-kép változás-felismerő algoritmusok léteznek, ilyen elven működik például az XviD videótömörítési eljárás is, ami elég nagy népszerűségnek örvend).

Hivatkozások

[1] *Modern fizika laboratórium*, ELTE Eötvös kiadó, Budapest, 1995.