

# Mag- és Szilárdtestfizikai Laboratórium

## 3. Magspektroszkópai gyakorlatok

Barta Dániel

A mérés dátuma: <b>2009.02.26. csütörtök</b>	A mérés száma és címe: <b>3. Magspektroszkópai gyakorlatok</b>	Értékelés:
A beadás dátuma: <b>2009.03.05. csütörtök</b>	A mérést végezte: <b>Barta Dániel - Lovász Béla - Rátkai László</b>	

## 1. Mérési összeállítás

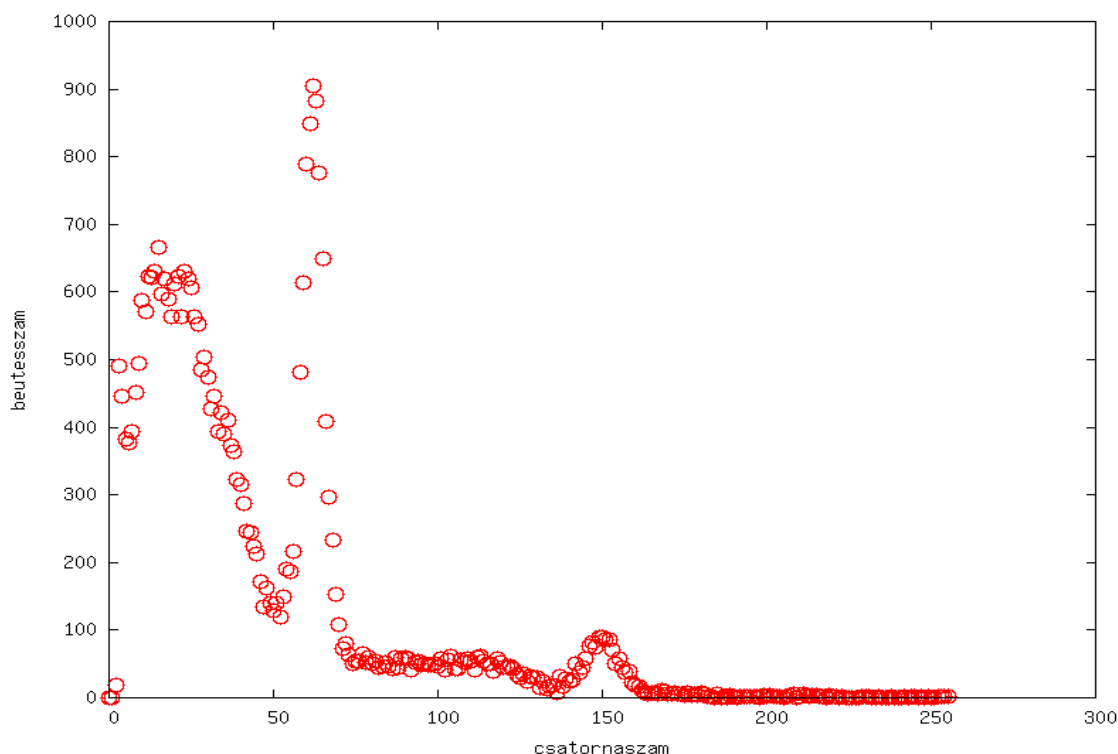
A mérés célja a  $\beta$ -bomlások néhány kísérleten keresztül történő megismerése volt. A magfizikai kutatások és az izotóptechnika egyik leggyakrabban előforduló feladata radioaktív sugárzások vizsgálata, valamint a gamma és béta részecskék energia eloszlásának kísérleti meghatározása.

A méréseket béta- és gamma-szcintillátoros detektorok (részei: a fotoelektron-sokszorozó, az erősítő és a jelfeldolgozó rendszer), valamint egy NaI(Tl) mérőfejjel ellátott, számítógéphez csatolt 512 csatornás analízátor-kártya segítségével végeztünk.

## 2. Gamma-sugárforrások vizsgálata

### 2.1. Kalibrálás

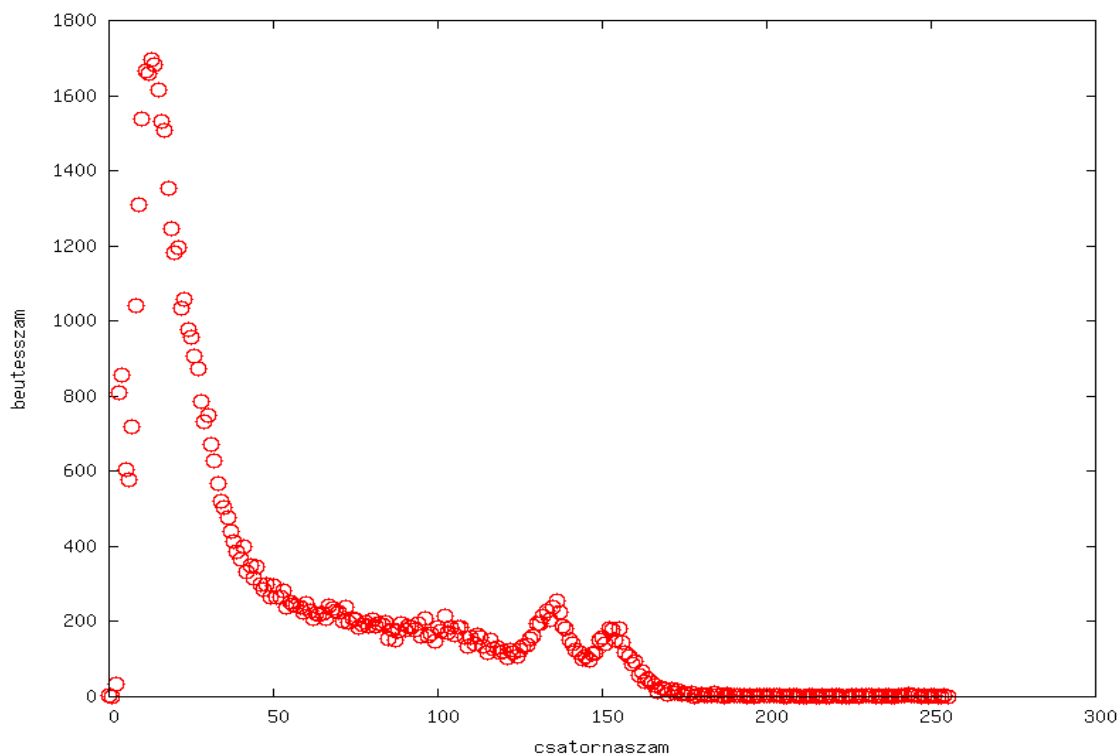
$^{22}\text{Na}$ ,  $^{60}\text{Co}$  és  $^{137}\text{Cs}$  izotópok spektrumát vettük fel a kalibrációhoz. A mérőfej elé először nátrium mintát helyeztünk, és az alábbi spektrumot kaptuk:



1. ábra. Az energia kalibrációhoz használt Na-22 spektruma.

A mérés szerint 905 beütés a 63-as csatornára érkezett és 90 beütés a 151-es csatornára. A Na-22 csúcsai 1275 keV és 511 keV vonalakon vannak. Ezt a két pontot feljegyezhetjük.

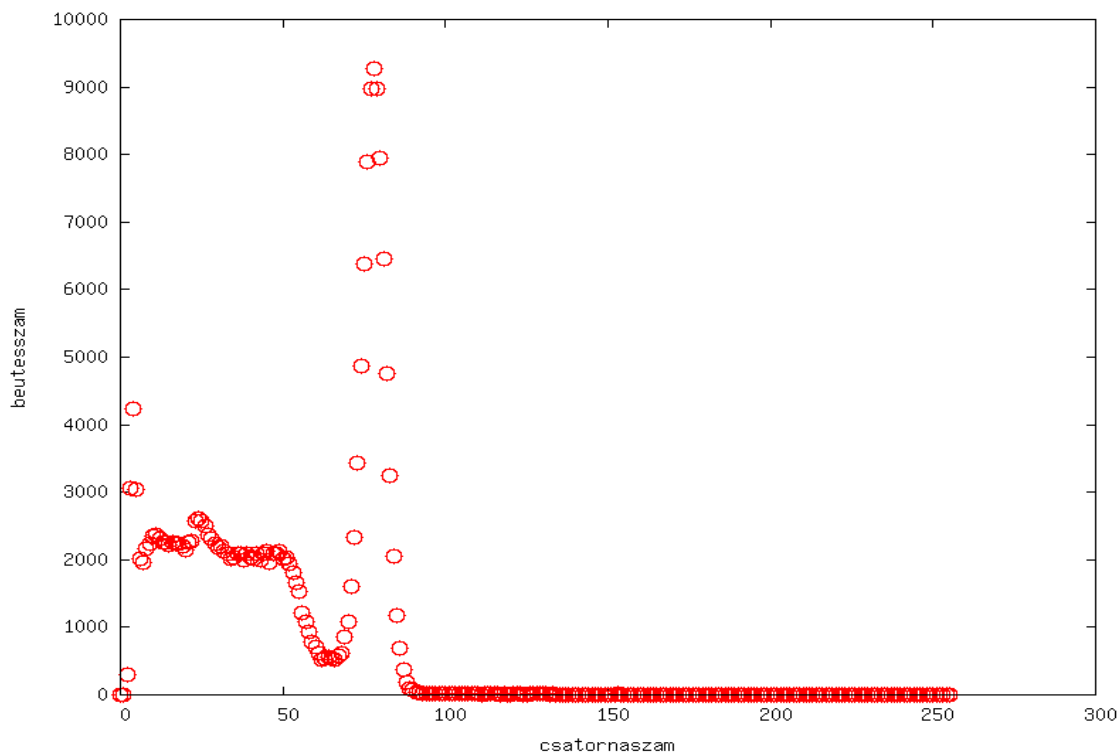
Majd kicseréltük a mintát kobaltra és folytattuk a mérést. A kobalt mért spektruma a következő:



2. ábra. Az energia kalibrációhoz használt Co-60 spektruma.

A grafikon 1696 beütést jelez a érkezett a 154-es csatornán és 254-et a 136-os csatornán. A Co-60 csúcsai 1171.2 keV, illetve 1332 keV. Ezt a két pontot is feljegyezhetjük.

Végül megmérjük a cézium beütés számát:

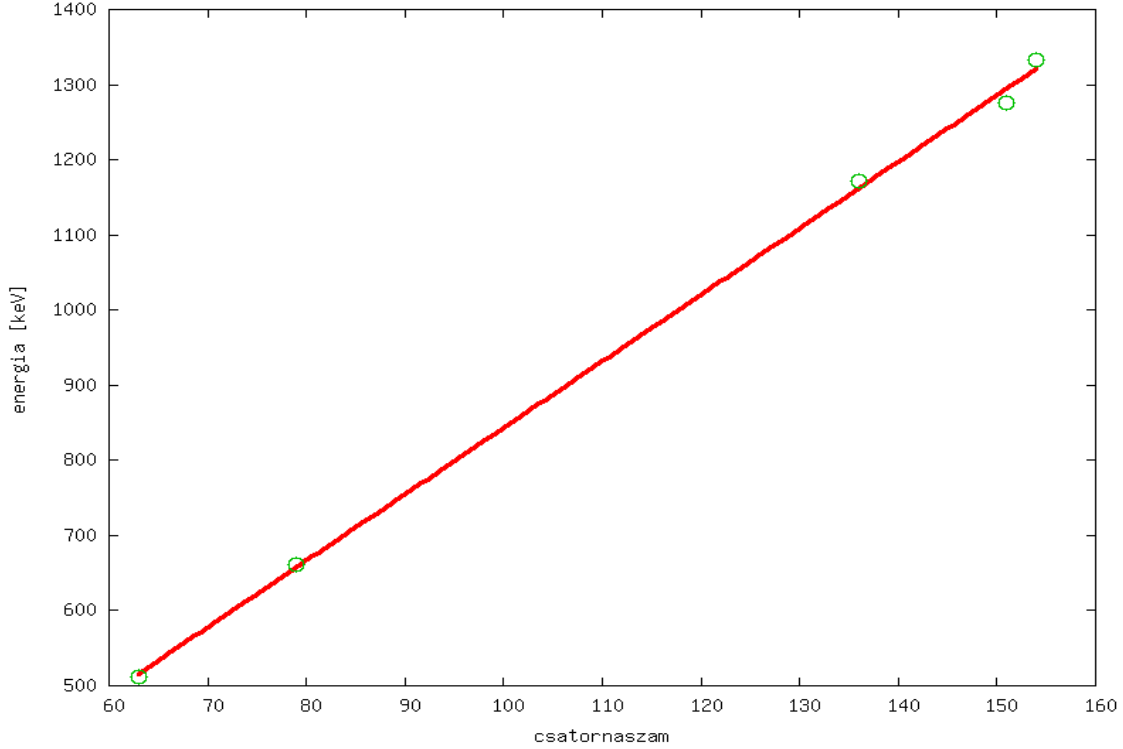


3. ábra. Az energia kalibrációhoz használt Cs-137 spektruma.

Ekkor 79-es csatornán 9278 beütést észleltünk. A cézium csúcsa 662 keV-on van. Összefoglalva az 5 pontra kapott adatokat:

Energia [keV]	Csatornaszám	Beütésszám
511	63	905
662	79	9278
1171.2	136	254
1275	151	90
1332	154	1696

1. táblázat. Az energia a csatornaszám függvényében.



4. ábra. Az energiakalibrációs egyenes.

Látható, hogy az  $x$  csatornaszámmal egyenesen arányosan nő a becsapódó fotonok detektált  $E$  energiája. Az illesztett  $E(x) = mx + E_0$  egyenes meredeksége  $m = 8.84962 \pm 0.1707$  keV, míg a tengelytetszet  $E_0 = -41.6259 \pm 20.94$  keV, azaz

$$E(x) = (8.84962 \pm 0.1707)x - (41.6259 \pm 20.94) \text{ keV.} \quad (1)$$

Megjegyzés: Természetesen a lineáris közelítés az origó környékén (0.442 alatt), illetve negatív értékeknél (ilyen csatorna nincs) elveszti az értelmét, hiszen  $E(x) > 0 \forall x$ .

### 3. Gamma-sugárforrások vizsgálata

#### 3.1. Kalibrálás

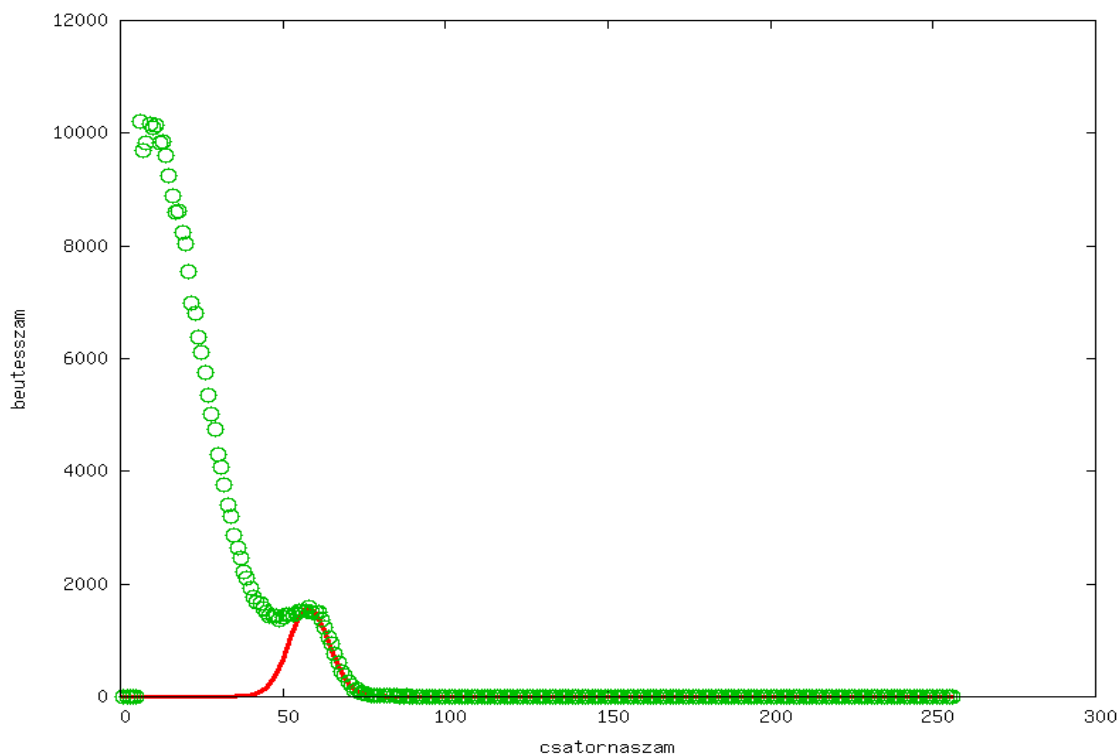
Újra kalibráljuk a műszert a Cs-137 minta segítségével. A cézium 94.4%-ban a Ba 662 keV-es energiájú energiaszintje gerjesztődik. Kilő egy 630 keV-os (monoenergiás) konverziós elektront (a K héj elhagyásához  $\Delta E = 32$  keV kötési energia vonódik le). A konverziós elektronokat az alább látható ábra második (kisebb) maximumhelye jelölik. Ennek értéke, függvény illesztéssel az

$$x_0 = 58.4438 \pm 0.131, \quad (2)$$

ami azt jelenti, hogy az 58-as csatornába érkezett a legtöbb elektron. Az illesztett függvény az

$$f(x) = e^{-\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

Gauss-görbe volt.

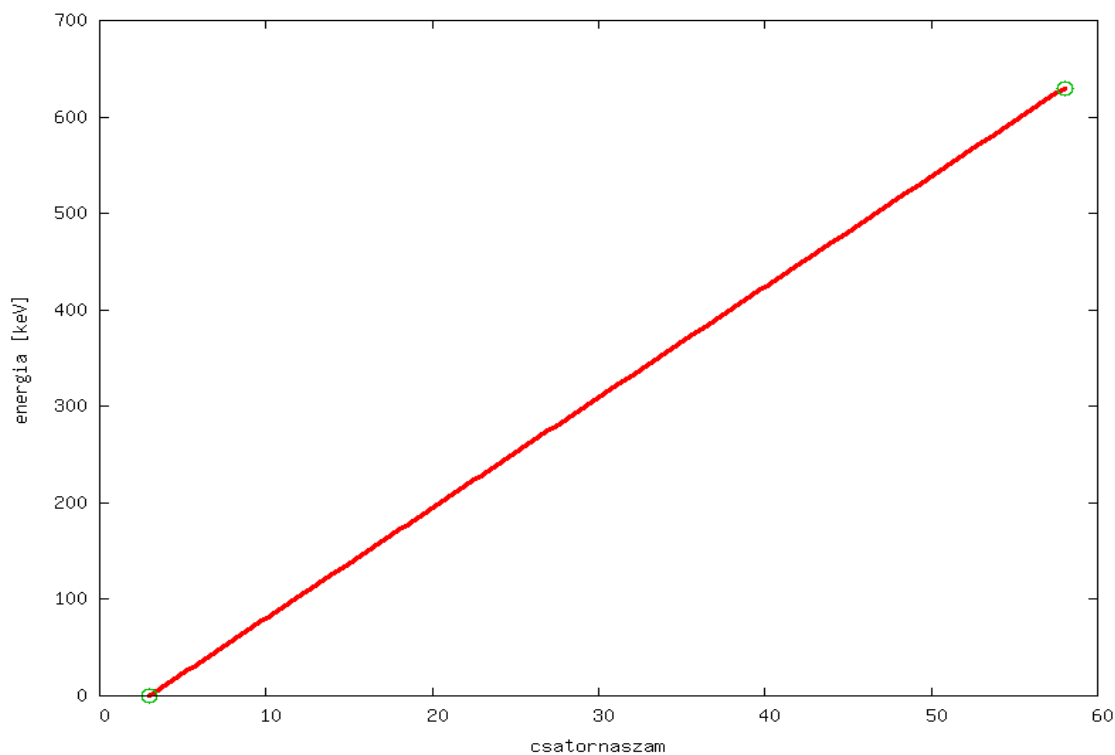


5. ábra. A Cs-137 béta-spektruma, a konverziós elektronokra illesztett Gauss-görbével.

Mint láthatjuk, az első maximum 3-as csatornán van (10000 beütés), ehhez a csatornához 0.1 keV energia tartozik. feltételezve, hogy a detektált energia és a csatornaszám egyenesen arányos, a két pontra egyenest illesztve az

$$E(x) = 11.4527x - 34.2582 \quad (4)$$

összefüggést kapjuk.



6. ábra. A csatorna-energia egyenes.

## 4. Béta-bomlások vizsgálat

### 4.1. A Cs-137 béta-bomlásának vizsgálata

Legyen  $W$  a detektált részecske (elektron vagy pozitron) teljes energiája,  $W_m$  pedig a maximális kinetikus energiájú részecske energiája. Ezen részecskék nyugalmi tömege:  $m_0c^2 = 0,511$  MeV. A

$$W = \frac{E}{m_0c^2} + 1 \quad \text{és} \quad W_m = \frac{E_m}{m_0c^2} \quad (5)$$

összefüggések és a (4) egyenlet értelmében az energiák meghatározhatók. Válasszunk olyan mértékrendszert, melyben az elektron nyugalmi tömege és a fénysebesség egységnyi! Ekkor a részecske impulzusa:

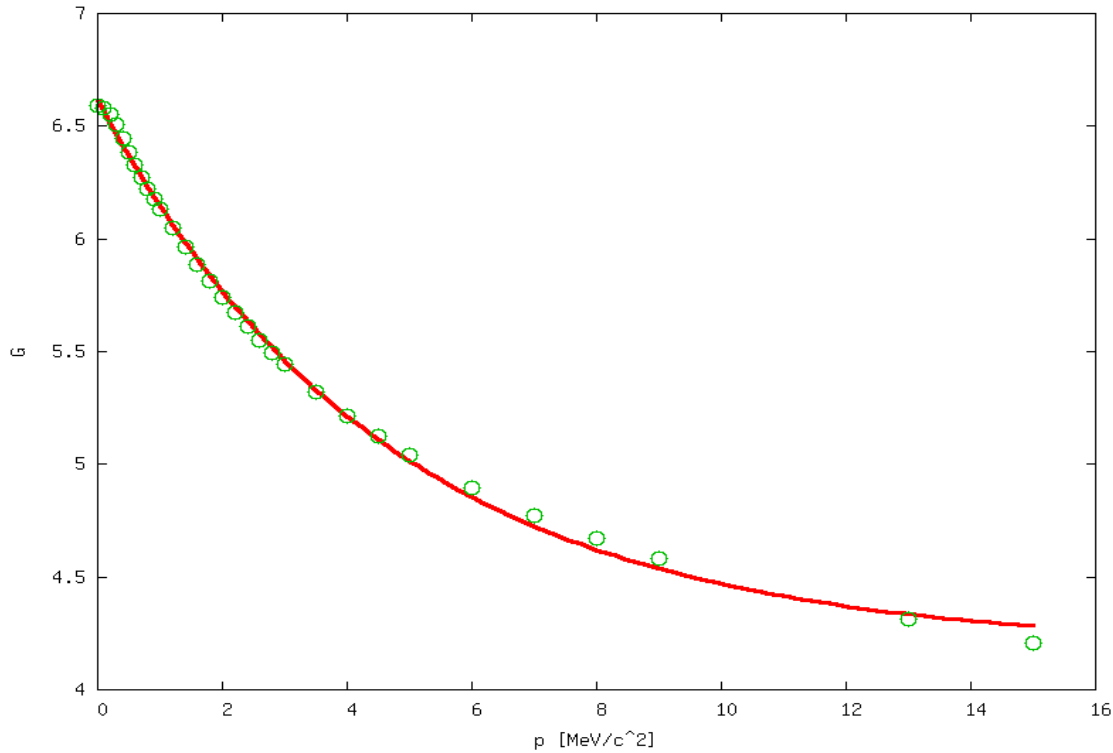
$$p^2 = W^2 - 1. \quad (6)$$

Ekkor kiszámolható a beütés szám függvényében az impulzus. A segédletben található 1. táblázat adatai alapján a módosított Fermi-Curie-függvényre a Cs-137 esetén a

$$G(p) = Ae^{Bp} + C \quad (7)$$

függvény illeszthető a következő paraméterekkel:

$$A = 2,4289 \pm 0,0254, B = -0,2151 \pm 0,0056, C = 4,1867 \pm 0,0273. \quad (8)$$



7. ábra. A módosított Fermi-függvény a Cs-137 esetén.

A (7) egyenletben megadott függvény segítségével felírhatjuk

$$F(W) = \sqrt{\frac{N}{GW^2}} \quad (9)$$

függvényt, ahol  $N$  a beütésszám,  $W$  az ehhez a beütésszámhoz tartozó energia,  $G$  az illesztett Fermi-Curie-függvény megfelelő értéke. Az  $F$  függvény  $\Delta F$  hibáját a következőképpen számolhatjuk ki: mivel a függvény  $N, G, W$  függvénye, ezért

$$\Delta F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)^2 (\Delta N)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial G}\right)^2 (\Delta G)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial W}\right)^2 (\Delta W)^2}. \quad (10)$$

Az egyenletben szereplő  $\Delta N$ , a beütésszámok szórása, ez  $\sqrt{N}$ -nel egyenlő. Feltehetjük, hogy  $\Delta G = 0$ , mivel  $G$  „egyenes” a vizsgált tartományon – egyenest akarunk illeszteni rá –,  $\Delta W$  pedig pontrol pontra változik, ennek átlagos értéke 1%. Így az  $F$  szórása:

$$\Delta F = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{NGW^2}}\right)^2 (\sqrt{N})^2 + \left(\sqrt{\frac{N}{GW^4}}\right)^2 (0,01 \cdot W)^2} = \sqrt{\frac{1}{4GW^2} + 10^{-4}\frac{N}{GW^2}} \quad (11)$$

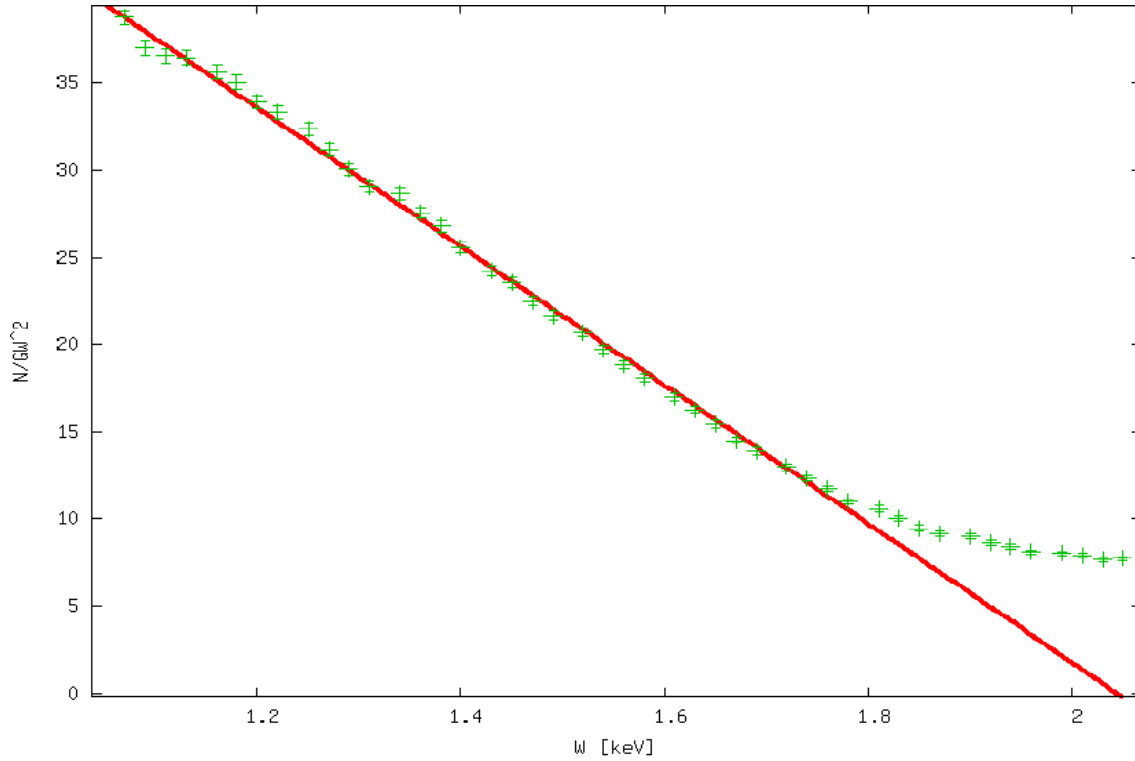
Egyenest illesztve a függvény az 1,2 – 1,8 keV energiájú részére, az  $F(W) = AW + B$  egyenes paraméterei:

$$A = -39,7936 \pm 0,4272, B = 81.3293 \pm 0.679, \quad (12)$$

ahol az illesztésnél figyelembe vettük az  $F$  függvény  $\Delta F$  hibáját.

Csatornaszám	Beütésszám	E [keV]	W [keV]	p	$F = \sqrt{\frac{NG}{W^2}}$	$\Delta F$
6	10210	34,46	1,07	1,46	38,77	0,43
7	9693	45,91	1,09	1,48	37,02	0,42
8	9834	57,36	1,11	1,5	36,56	0,41
9	10155	68,82	1,13	1,51	36,44	0,41
10	10094	80,27	1,16	1,53	35,64	0,4
11	10138	91,72	1,18	1,55	35,06	0,39
12	9839	103,17	1,2	1,56	33,91	0,38
13	9848	114,63	1,22	1,58	33,33	0,37
14	9614	126,08	1,25	1,6	32,35	0,36
15	9253	137,53	1,27	1,62	31,2	0,35
16	8886	148,99	1,29	1,63	30,06	0,34
17	8587	160,44	1,31	1,65	29,06	0,33
18	8617	171,89	1,34	1,67	28,64	0,33
19	8228	183,34	1,36	1,69	27,54	0,31
20	8031	194,8	1,38	1,71	26,78	0,31
21	7547	206,25	1,4	1,72	25,56	0,29
22	6989	217,7	1,43	1,74	24,22	0,28
23	6815	229,15	1,45	1,76	23,56	0,28
24	6390	240,61	1,47	1,78	22,48	0,27
25	6111	252,06	1,49	1,8	21,67	0,26
26	5745	263,51	1,52	1,82	20,71	0,25
27	5348	274,96	1,54	1,83	19,7	0,24
28	5012	286,42	1,56	1,85	18,81	0,23
29	4747	297,87	1,58	1,87	18,06	0,22
30	4304	309,32	1,61	1,89	16,96	0,21
31	4067	320,78	1,63	1,91	16,27	0,21
32	3750	332,23	1,65	1,93	15,42	0,2
33	3393	343,68	1,67	1,95	14,48	0,19
34	3193	355,13	1,69	1,97	13,87	0,19
35	2858	366,59	1,72	1,99	12,96	0,18
36	2652	378,04	1,74	2,01	12,33	0,17
37	2459	389,49	1,76	2,03	11,73	0,17
38	2215	400,94	1,78	2,05	11	0,16
39	2098	412,4	1,81	2,07	10,58	0,16

1. táblázat. A Cs-137 mérési és számolt adatai, az 1,07 – 1,81 keV energiájú tartományban.



8. ábra. A  $W \mapsto \sqrt{\frac{N}{GW^2}}$  függvény a Cs-137 esetén.

Az egyenes az  $AW_{max} + B = 0$  helyen metszi az  $W$  tengelyt, azaz  $W_{max} = -B/A$ . Ekkor

$$\bar{W} = 2,0438 \text{ keV} \quad (13)$$

a maximális energia átlaga és

$$\Delta W_{ill} = \sqrt{\left(\frac{B}{A^2}\right)^2 (\Delta A)^2 + \left(-\frac{1}{A}\right)^2 (\Delta B)^2} = 0,0278 \text{ keV} \quad (14)$$

az illesztésből származó hiba. A mérési adatokból származó hibák pedig  $\Delta W_W$  és  $\Delta W_N$ . A  $W$  méréséből származó hiba 2%-os, a beütésszámok pedig Poisson-eloszlást ( $\frac{\sqrt{N}}{N}$ ) követnek, átlagban 1%-os hiba. Azaz  $\Delta W_W = 0,0204 \text{ keV}$  és  $\Delta W_N = 0,0409 \text{ keV}$ . Tehát

$$\Delta W = \Delta W_{ill} + \Delta W_W + \Delta W_N = 0,0891 \text{ keV}. \quad (15)$$

Az ehhez tartozó teljes kvantumenergia az (5) képlet alapján:

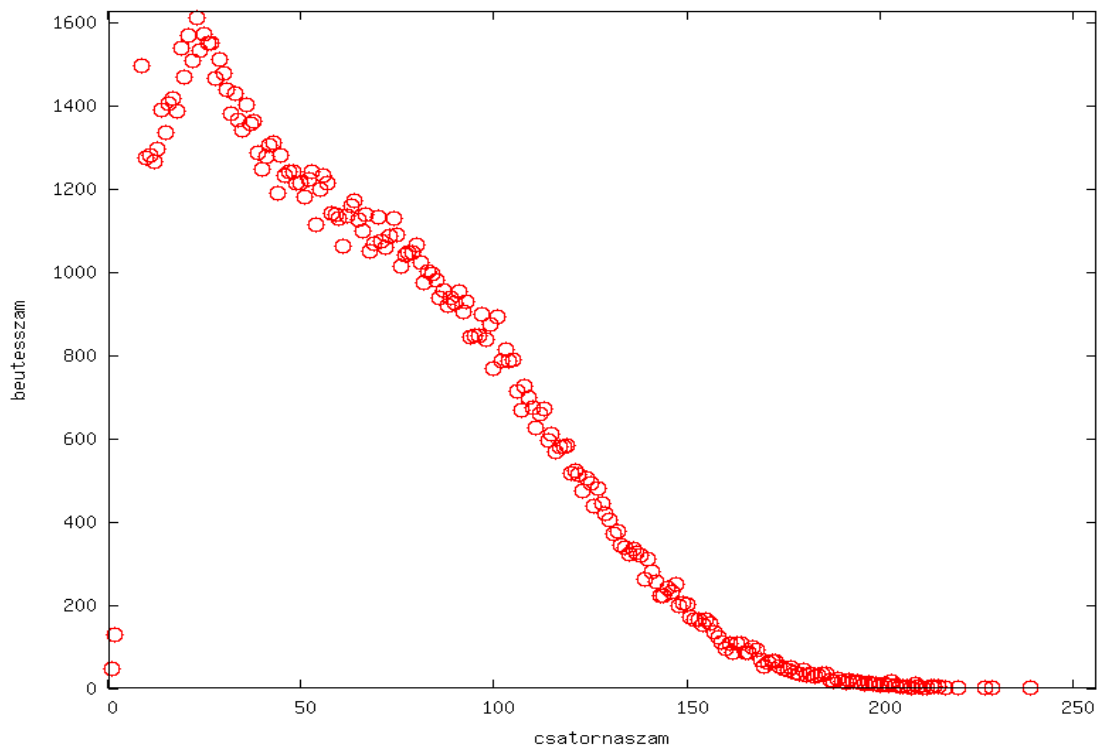
$$E_{max} = 533,3818 \pm 45,5301 \text{ keV}. \quad (16)$$

## 4.2. A Sr-90 béta-bomlásának vizsgálata

### 4.2.1. A nagy energiás csúcs

Vizsgáljuk most meg a Sr-90 béta-bomlását. Alább látható, hogy a 100-tól 180-ig terjedő csatornák intervallumában kényelmesen illeszthető egyenes.



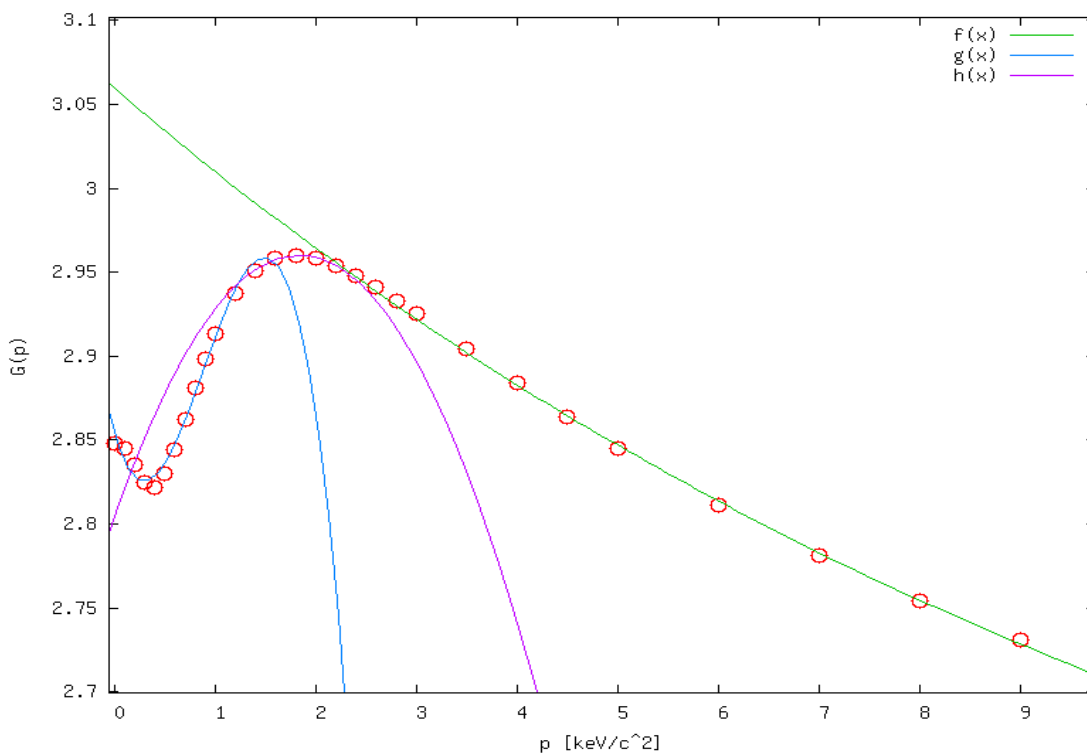


9. ábra. Az Sr-90 béta-bomlásának spektruma.

Az előző részben használt jelöléseket használva, a stroncium (7) egyenletben megadott módosított Fermi-Curie-függvényére:

$$G(p) = \begin{cases} g(p) = Ap^3 + Bp^2 + Cp + D, & \text{ha } 0 \leq p < 1,4 \\ h(p) = Ep^2 + Fp + G, & \text{ha } 1,4 \leq p < 2,2 \\ f(p) = He^{Ip} + J, & \text{ha } 2,2 \leq p < 16 \end{cases} \quad (17)$$

ahol az illesztett függvény paraméterei:  $A = -0,1570 \pm 0,0166$ ,  $B = 0,4203 \pm 0,0400$ ,  $C = -0,2075 \pm 0,0261$ ,  $D = 2,8542 \pm 0,0045$ ,  $E = -0,0464 \pm 0,0045$ ,  $F = 0,1701 \pm 0,0163$ ,  $G = 2,8041 \pm 0,0144$ ,  $H = 0,6446 \pm 0,0554$ ,  $I = -0,0802 \pm 0,0114$ ,  $J = 2,4152 \pm 0,0606$ .



10. ábra. A módosított Fermi-függvény a Sr-90 esetén.

Az  $F(W) = \sqrt{\frac{N}{GW^2}}$  függvény illesztésből adódó hibája ebben az esetben:

$$\Delta F = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{NGW^2}}\right)^2 (\sqrt{N})^2 + \left(\sqrt{\frac{N}{GW^4}}\right)^2 (0,01 \cdot W)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}\frac{1}{GW^2} + 10^{-4}\frac{N}{GW^2}} \quad (18)$$

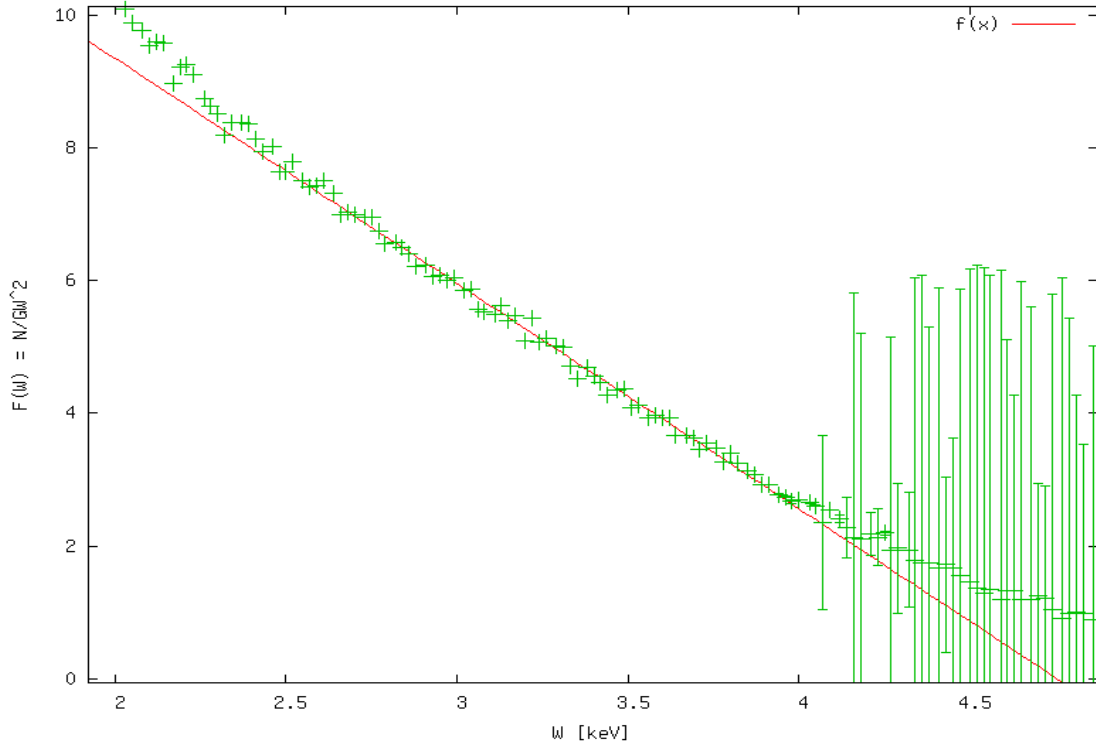
Egyenest illesztve a függvény az 1,2 – 1,8 keV energiájú részére, az  $F(W) = AW + B$  egyenes paraméterei:

$$A = -3,3962 \pm 0,0281, B = 16,1464 \pm 0,0923, \quad (19)$$

ahol az illesztésnél figyelembe vettük az  $F$  függvény  $\Delta F$  hibáját.

Csatornaszám	Beütésszám	E [keV]	W [keV]	p	$F = \sqrt{\frac{NG}{W^2}}$	$\Delta F$
12	1283	103,17	1,2	1,56	17,33	0,21
15	1392	137,53	1,27	1,62	17,09	0,2
20	1542	194,8	1,38	1,71	16,53	0,19
25	1535	252,06	1,49	1,8	15,25	0,18
30	1512	309,32	1,61	1,89	14,08	0,16
35	1368	366,59	1,72	1,99	12,52	0,15
39	1365	412,4	1,81	2,07	11,89	0,14

2. táblázat. A Sr-90 mérési és számolt adatai, az 1,2 – 1,8 keV energiájú tartományban.



11. ábra. A  $W \mapsto \sqrt{\frac{N}{GW^2}}$  függvény a Sr-90 esetén.

Az egyenes az  $AW_{max} + B = 0$  helyen metszi az  $W$  tengelyt, azaz  $W_{max} = -B/A$ . Ekkor

$$\bar{W} = 4,7543 \text{ keV} \quad (20)$$

a maximális energia átlaga és

$$\Delta W_{ill} = \sqrt{\left(\frac{B}{A^2}\right)^2 (\Delta A)^2 + \left(-\frac{1}{A}\right)^2 (\Delta B)^2} = 0,1027 \text{ keV} \quad (21)$$

az illesztésből származó hiba. A mérési adatokból származó hibák pedig  $\Delta W_W$  és  $\Delta W_N$ . A  $W$  méréséből származó hiba 2%-os, a beütésszámok pedig Poisson-eloszlást ( $\frac{\sqrt{N}}{N}$ ) követnek, átlagban 8%-os hiba. Azaz  $\Delta W_W = 0,1069$  keV és  $\Delta W_N = 0,42776$  keV. Tehát

$$\Delta W = \Delta W_{ill} + \Delta W_W + \Delta W_N = 0,6374 \text{ keV}. \quad (22)$$

Az ehhez tartozó teljes kvantumenergia az (5) képlet alapján:

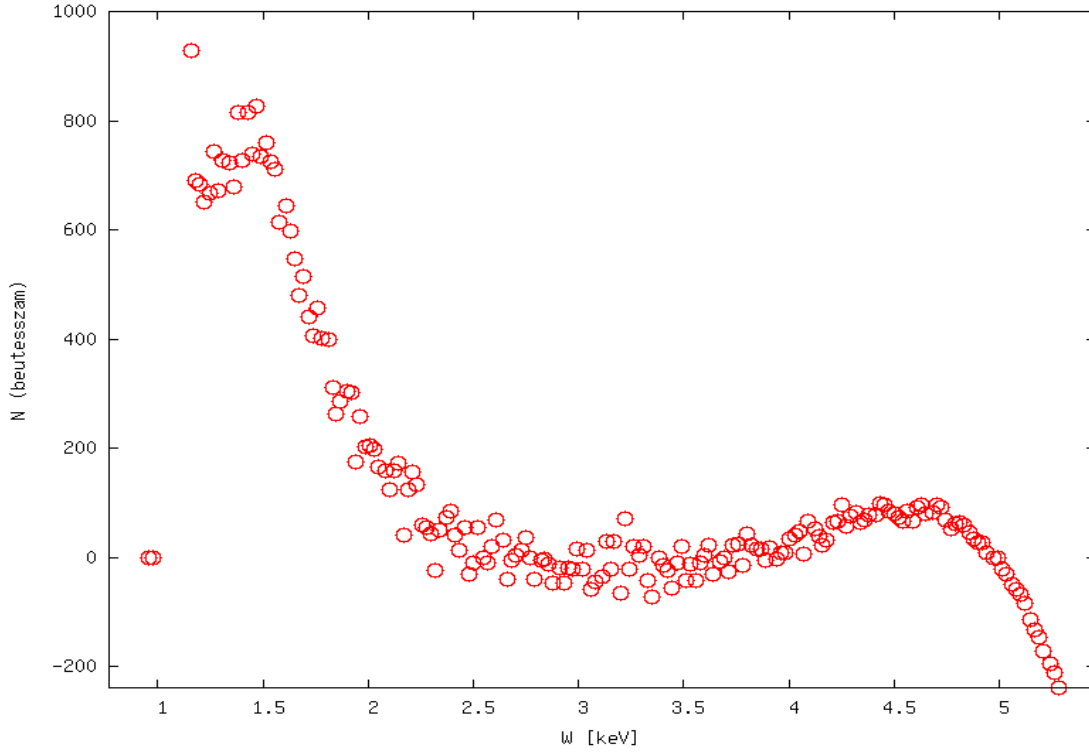
$$E_{max} = 1,9184 \pm 0,3257 \text{ MeV}. \quad (23)$$

#### 4.2.2. A kis energiás csúcs

A spektrum kisebb energiához tartozó maximumát úgy határozhatjuk meg, ha a spektrumból levonjuk a nagyobb energiához tartozó csúcs járulékát. Ezt megtehetjük úgy, ha a (19) paraméterekkel ellátott egyenes segítségével kiszámoljuk a  $N$  csatornaszámot. A (9) definícióból kifejezhető  $N$ , ahol  $F$  helyébe beírhatjuk az egyenest a (19)-ben meghatározott konstansokkal. Az Új

$$N_{uj}(W) = N_0 - G(W)F^2(W)W^2 = N_0 - G(W)(-3,3962 \cdot W + 16,1464)^2 W^2. \quad (24)$$

Az így kapott ábra:



12. ábra. A visszatranszformált beütésszám függése a teljes energiától.

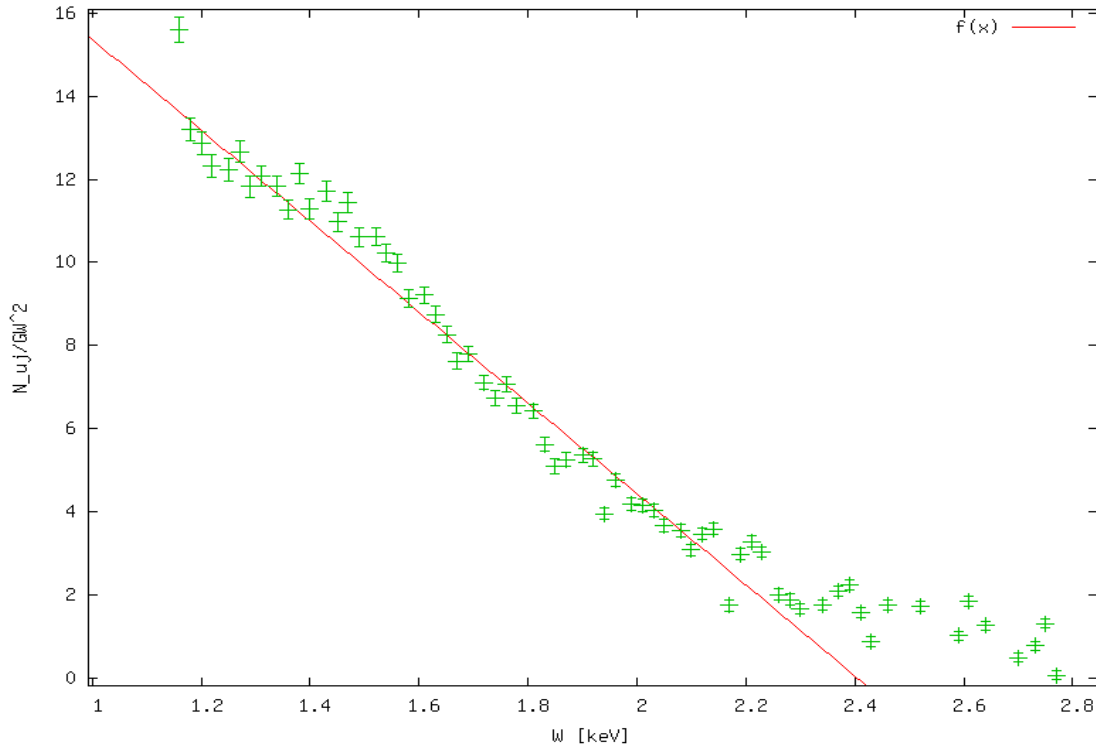
Az  $F_{uj}$  Fermi-Curie-függvény meghatározásához továbbra is használhatjuk a (17) módosított Fermi-Curie-függvényt, így  $F_{uj}(W) = \sqrt{\frac{N_{uj}}{GW^2}}$ . A 1,5 – 2,25 keV energiához tartozó szakaszra egyenest illesztünk. Az illesztésből adódó hiba ekkor:

$$\Delta F = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{NGW^2}}\right)^2 (\sqrt{N})^2 + \left(\sqrt{\frac{N}{GW^4}}\right)^2 (0,01 \cdot W)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} \frac{1}{GW^2} + 10^{-4} \frac{N}{GW^2}}, \quad (25)$$

az egyenes pedig

$$F_{uj} = AW + B \quad (26)$$

az  $A = -10.9473 \pm 0.478$ ,  $B = 26.3173 \pm 0.9017$  paraméterekkel.



13. ábra. A  $W \mapsto \sqrt{\frac{N_{uj}}{GW^2}}$  függvény a visszatranszformált beütésszám alapján.

Az egyenes az  $AW_{max} + B = 0$  helyen metszi az  $W$  tengelyt, azaz  $W_{max} = -B/A$ . Ekkor

$$\bar{W} = 2,4040 \text{ keV} \quad (27)$$

a maximális energia átlaga és

$$\Delta W_{ill} = \sqrt{\left(\frac{B}{A^2}\right)^2 (\Delta A)^2 + \left(-\frac{1}{A}\right)^2 (\Delta B)^2} = 0,1334 \text{ keV} \quad (28)$$

az illesztésből származó hiba. A mérési adatokból származó hibák ugyan akkorák mint az előző esetben. Tehát

$$\Delta W = \Delta W_{ill} + \Delta W_W + \Delta W_N = 0,6681 \text{ keV}. \quad (29)$$

Az alacsonyabb csúcshoz tartozó teljes kvantumenergia az (5) képlet alapján:

$$E_{max} = 717,444 \pm 141,3991 \text{ keV}. \quad (30)$$

## 5. Irodalomjegyzék

- [1.] Magspektroszkópiai gyakorlatok - mérés leírás, *Deák Ferenc szerk.* <http://ion.elte.hu/magfiz/korszeruvizsgmodlab/msp.pdf>
- [2.] Mérések a klasszikus fizika laboratóriumban - hibaszámítás, *Havancsák Károly szerk.*, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2003.

.....  
Barta Dániel