

Mag- és Szilárdtestfizikai Laboratórium

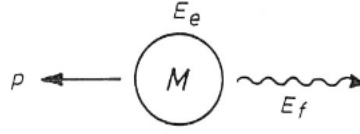
5. Mössbauer-effektus vizsgálata

Barta Dániel

A mérés dátuma: 2009.03.05. csütörtök	Laborvezető neve: Krajczár Krisztián	Értékelés:
A beadás dátuma: 2009.03.26. csütörtök	A mérést végezte: Barta Dániel - Lovász Béla - Rátkai László	

1. Bevezetés

A visszalökődés nélküli magrezonancia-fluoreszcencia a lágy gamma-sugárzások tartományában az egyik legérzékenyebb anyagszerkezet-kutatási módszer. $10^{-14} - 10^{-15}$ pontossággal tudunk vele relatív energiamérést végezni. A mag energianívóit különböző környezeti hatások perturbálják (finomfelhasadást okozva), ezeket tudjuk ezzel a módszerrel mérni.



1. ábra. Fotoemisszió és visszalökődés.

1.1. A mérés elve, a Mössbauer-spektrum jellemzői

A spektrumot úgy vesszük fel, hogy a forrást mozgatjuk az abszorbenshez képest, és a sebesség változtatásával végigpásztázuk a bennünket érdeklő energiaskálát. Mivel vékony mintákat használunk, a félértékszélesség nagyjából 2Γ lesz¹.

A spektrumban az energianívók egészen kis változását is észlelhetjük. Felhasadást okoz a mag mágneses nyomatékának a mágneses térrel való kölcsönhatása, valamint a kvadrupólus momentumnak az inhomogén elektromos térrel való kölcsönhatása. A mag Coulomb-kölcsönhatása az elektronfelhővel eltolódást okoz a spektrumban. Az eltérő gravitációs tér és a hőmérséklet is eltérést okozhat.

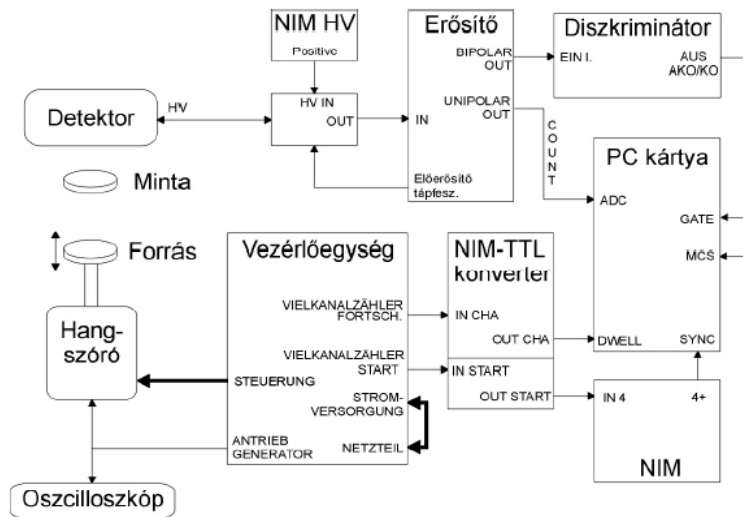
1.2. Mérési összeállítás és a mérés

A Mössbauer-spektrum felvételét úgy a legcélszerűbb felvenni, hogy egy felhasadás-mentes sugárforrást mozgatunk az abszorbenshez képest. Így a Doppler-effektust használva végigpásztázuk a kívánt tartományt, ekkor

$$\Delta E = E_\gamma \frac{v}{c} \quad (1)$$

lesz a kisugárzott foton energiájának megváltozása. A folytonos sebességváltozás mellett detektálva az intenzitást megkapjuk magát a spektrumot. Mössbauer-effektust mutatnak szobahőmérsékleten a ^{57}Fe és a ^{119}Sn , így ezeket használhatjuk a mérés során. A vas esetében van egy $14,4 \text{ keV}$ -es, $3/2$ -spinű állapot, melynek élettartama $141,8 \text{ ns}$. A ^{57}Fe a ^{57}Co elektronbefogással történő bomlásából jön létre az adott gerjesztett állapotban. A $0,05\text{--}0,15 \text{ mm/s}$ -os tartományban tudunk méréseket végezni.

A forrást állandó gyorsulással mozgatjuk, az előjelét pedig féelperiódusonként változtatjuk. A különböző sebességek mellett érkező beütéseket külön-külön detektáljuk egy sokcsatornás analízátor segítségével. A kapott beütésszámokat a sebesség függvényében ábrázolva kapjuk a Mössbauer-spektrumot.



2. ábra. A mérési összeállítás.

¹Tudjuk, hogy a rezonancia akkor észlelhető jól, ha $2R < \Gamma$, ahol $R = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}$

A detektorból származó jeleket először amplitúdó, majd idő szerint szelektáljuk. Az amplitúdó szelekció segítségével tudjuk megkülönböztetni a Mössbauer-spektrumhoz tartozó jeleket, így javítván a jel-zaj viszonyt. Az idő szerinti válogatást már az analizátor-kártya végzi. A gyorsulás állandó értékének köszönhetően az idő szerinti szelektálás egyben sebesség szerinti szelektálás is. Mivel a gyorsulás és a sebesség egyaránt periodikus, így minden sebesség kétszer fordul elő. A spektrumost a megfelelő vonal mentén összehajtva az azonos sebességekhez tartozó beütések így összeadódnak.

A mozgatóegység egy hangszóró, amely egy rudat mozgat függőlegesen, melynek végén ott van a sugárforrás. Egy mintavevő-tekercs segítségével a minta helyzetét folyamatosan detektálja.

A jeleket egy proporcionális számláló detektálja, amely a fotoeffektuson alapszik. Magasabb energiáknál már a fotoeffektus csökken, így ezekre a detektor nem érzékeny. Alacsony energiájú fotonok meg már a mintán sem hatolnak keresztül, így az ólomkollimátorból származó röntgen és az elektronikus zaj adják a kisenergiás spektrum nagy részét. A számlálóból érkező jel egy előerősítőbe, majd onnan egy spektroszkópiai erősítőbe jut. Ezek után egy diszkriminátor következik, amely segítségével levághatjuk a számunkra érdektelen részeket. Ezután a jel egy AD- konverterre kerül, mely a jel nagysága alapján megadja a detektált foton energiáját. A foton beérkezésének időpontját a diszkriminátor jelzi a PC-nek.

2. Mérési feladatok

Először meg kellett állapítanunk a spektrumban látható két jelentősebb csúcs közül, hogy minket melyik érdekel. Két mintánk közül az egyik 14,4 keV energiájú, másik az ennél nagyonbb energiájú fotonokat engedte át. Ezeket egymás után behelyezve meg tudtuk állapítani, hogy melyik tartományt vizsgáljuk. A diszkriminátort úgy kellett beállítani, hogy a spektrumban csak a 14,4 keV energiához tartozó beütések szerepeljenek. Ezután felvettük a spektrumokat.

Mivel ugyan az a sebesség kétszer jelentkezik a spektrumban az első méréssel meghatároztuk, hogy hol kell „összehajtani” a spektrumokat. Ehhez felvettünk a rozsdamentes acél spektrumát, majd az adatokra a megfelelő görbét illesztve a paraméterekből megtudjuk, hogy hol kell az összes spektrumot összehajtani. Így azonos sebességek mellé több mérési adatot rendelhetünk, javítva a statisztikát. Mivel félperiódusonként azonos nagyságú, az ellenkező irányú a forrás sebessége, kiküszöbölhető az a hiba, hogy a forrás más-más távolságban van, azaz más szög alatt veszi jelét a detektor. Ebből következően változik az alapvonal, de az összefésüléssel egy olyan átlagot kapunk, amihez már egyetlen alapvonal tartozik.

2.1. A spektrum hitelesítése a lágyvas minta alapján

A sebesség lineárisan függ az időtől, így a csatornaszám-energia összefüggés is lineáris. Mivel a mérés során csupán az energiakülönbségek érdekelnek minket, elegendő az összefüggésből a meredekséget meghatározni. A kalibráláshoz a vas két legtávolabbi csúcsát használtuk, melyek irodalmi távolsága $d_v = 10,6162 \text{ mm/s}$. A spektrum alapján pedig $d_{cs} = 402,83 \pm 0,53$ csatornaszám távolságot. Az meredekség várható értéke:

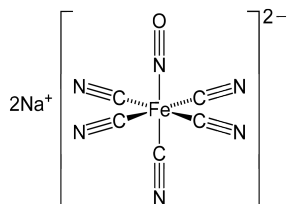
$$\bar{m} = \frac{E_\gamma}{c} \frac{d_v}{d_{cs}} = \frac{14,4 \text{ keV}}{299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot \frac{10,6162 \frac{\text{mm}}{\text{s}}}{402,83} = 1,2657 \text{ neV}, \quad (2)$$

aminek hibája $\delta m = \delta d_{cs} = \frac{0,53}{402,83} = 1,316 \rightarrow \Delta m = \bar{m} \delta m = 1,665 \text{ peV}$. Azaz $m = 1,2657 \pm 0,0017 \text{ neV}$ a meredekség.

2.2. Határozzuk meg a rozsdamentes acél és a nátrium-nitropsszid minta izomér eltolódásának értékét a lágyvashoz képest!

A mag energiaszintjét a mag elektronfelhővel való kölcsönhatása gyengén befolyásolja. Két eltérő vegyületben, vagy kristályszerkezetben az elektronsűrűség megváltozik a mag helyén. A két vegyület Mössbauer-spektruma egymáshoz képest eltolódik. Az eltolódásból lehet következtetni a minta szerkezetére és összetételére.

Izomér eltolódást okozhatnak még egyéb hatások, például a gravitációs tér és a hőmérséklet okozta kristályszerkezeti változások, de ezektől most eltekintünk.



3. ábra. A nátrium-nitropsszid molekula 2D-s vetülete.

Az izomér eltolódásokat a lágyvashoz viszonyíthatjuk, mint referencia. A lágyvas esetében 6 csúcstól láthatunk a spektrumban. Ezeket páronként kell tekinteni. Az izomér eltolódás a spektrumban a csúcsok átlagos helye. Ezt mindhárom párra átlagolva megkapjuk a lágyvas izomér eltolódását. A lágyvas spektrumára illesztett görbe adatai a következő táblázatban vannak (az adatok csatornaszámban vannak megadva):

Paraméter	Átlag érték (\overline{IS})	Abszolút hiba (ΔIS)	Relatív hiba (δIS)
Alapvonal	1581,26900	2,65487	0,17 %
Amplitúdó (1. KD)	130,54310	8,71166	6,67 %
Amplitúdó (2. KD)	212,66230	7,51872	0,35 %
Amplitúdó (3. KD)	234,99690	7,24450	3,08 %
Izomér eltolás (1. KD)	252,76730	0,41792	0,17 %
Izomér eltolás (2. KD)	251,49330	0,28459	0,11 %
Izomér eltolás (3. KD)	252,17200	0,26516	0,11 %
KD felhasadás (1. KD)	62,59344	0,83275	1,33 %
KD felhasadás (2. KD)	232,86450	0,56932	0,24 %
KD felhasadás (3. KD)	402,62840	0,53046	0,13 %
Vonalszélesség (1. KD))	12,36099	1,30858	10,59 %
Vonalszélesség (2. KD)	15,93647	0,97139	6,10 %
Vonalszélesség (3. KD)	17,03952	0,91199	5,24 %

1. táblázat. A lágyvas spektrumára illesztett görbe adatai.²

Ebből az izomér eltolódás abszolút értéke:

$$\overline{IS} = \frac{IS1 + IS2 + IS3}{3} = 252,1442 \quad (3)$$

míg az abszolút- és relatív hibája:

$$\Delta IS = \frac{\sqrt{IS1^2 + IS2^2 + IS3^2}}{3^2} = 0,0634, \quad \delta IS \equiv \frac{\Delta IS}{\overline{IS}} = 0,0252\%. \quad (4)$$

Azaz $252,1442 \pm 0,0634$ az izomér eltolódás értéke. Hasolnó képpen megmondható az izomér eltolódás az acél és a $\text{Na}_2\text{Fe}(\text{CN})_5\text{NO}$ (nátrium-nitropsszid) esetén is. Az izomér eltolódást mindhárom anyag esetén az alábbi táblázatban foglaltam össze:

Anyag	Átlag érték (\overline{IS})	Abszolút hiba (ΔIS)	Relatív hiba (δIS)
lágyvas	252,1442	0,0634	0,03 %
acél	247,9722	0,2430	0,10 %
nátrium-nitropszid	242,1188	0,1471	0,06 %

2. táblázat. Az izomér eltolódás mindhárom anyag esetén.

Ezek alapján az egyes izomér-eltolódások a (2) összefüggés alapján átszámíthatóak energiára. Az acél izomér eltolódásának energiája:

$$IS_{ac}^{(E)} = m \cdot (IS_{vas} - IS_{ac}), \quad (5)$$

mivel mind m -nek, mind pedig az IS -eknek van hibája ezért a fenti összefüggés $IS_{ac}^{(E)}$ abszolút értékére ($\overline{IS}_{ac}^{(E)}$) vonatkozik³. A hiba pedig a következő képpen terjed:

$$\begin{aligned} \Delta IS_{ac}^{(E)} &= |\overline{IS}\Delta m| + |\bar{m}\Delta IS| = |(\overline{IS}_{vas} - \overline{IS}_{ac})\Delta m| + |\bar{m}\sqrt{(\Delta IS_{vas})^2 + (IS_{ac})^2}| \\ &= |(252,1442 - 247,9722) \cdot 1,665 \cdot 10^{-12} \text{ eV}| + |1,2657 \cdot 10^{-9} \text{ eV} \sqrt{0,0634^2 + 0,2430^2}| \\ &= 0,3248 \text{ neV} \end{aligned} \quad (6)$$

az energia abszolút hibája, $\delta IS_{ac}^{(E)} = 6,15\%$ pedig az energia relatív hibája. Végeredményben az izomér-eltolódás:

$$IS_{ac}^{(E)} = 5,2805 \pm 0,3248 \text{ neV} \quad (7)$$

Hasonló képpen a nátrium-nitropszid izomér eltolódásának energiája: $IS_{na}^{(E)} = m \cdot (IS_{vas} - IS_{na})$, amiből $\Delta IS_{na}^{(E)} = 0,2194 \text{ neV}$ az abszolút- és 1,79% a relatív hiba, azaz

$$IS_{na}^{(E)} = 12,2689 \pm 0,2194 \text{ neV}. \quad (8)$$

²KD a kvadrupól rövidítése, IS az izomér eltolódása.

³ $\overline{IS}_{ac}^{(E)} = \bar{m} \cdot (\overline{IS}_{vas} - \overline{IS}_{ac})$

2.3. A lágyvas spektrumában mért vonalszélességek a relatív intenzitások függvényében

Feladat: Ábrázoljuk a lágyvas spektrumában mért vonalszélességeket a relatív intenzitások függvényében és illesszünk az adatokra egyenest. Az illesztett egyenes paramétereinek felhasználásával számítsuk ki a gerjesztett állapot élettartamát, annak mérési hibáját, és hasonlítsuk össze az irodalmi adattal. Az így kapott természetes vonalszélesség ismeretében határozzuk meg mindkét minta effektív vastagságát, és ellenőrizzük az [1.] (16) képletben a másodrendű tag elhanyagolásának jogosságát. A forrás effektív vastagsága 1,62.

A mágneses tér energia-módosító hatása: $\Delta E = g\mu H m_I$, ahol g a giromágneses együttható, H a mágneses térerősség a mag helyén m_I az impulzuszórántum H irányú vetülete. A vas esetében kétszer három vonal jelenik meg a mágneses tér miatt. A jegyzet [1.] (16) képlete alapján a valódi vonalszélesség (Γ) és a mért vonalszélesség (Γ^m) közötti kapcsolat a következő:

$$\frac{\Gamma_i^m}{\Gamma} = 2 + \frac{w_i T_A + T_F}{4} - \frac{(w_i T_A + T_F)^2}{625} \quad (9)$$

Ahol T_A az abszorbens, T_F pedig a forrás effektív vastagsága⁴, w_i az egyes felhasadt vonalak relatív intenzitása. Lágyvas esetén a relatív intenzitások arányára fennáll, hogy:

$$I_{\pm\frac{3}{2} \leftarrow \pm\frac{1}{2}} : I_{\pm\frac{1}{2} \leftarrow \pm\frac{1}{2}} : I_{\pm\frac{1}{2} \leftarrow \mp\frac{1}{2}} = 3 : 2 : 1, \quad (10)$$

ahol $I_{m \leftarrow n}$ az n és m mágneses kvantumszámokkal jelölt átmenetekhez tartozó intenzitás.

A relatív intenzitásokat a mért adatokból úgy határozom meg, hogy az egyes csúcsok A amplitúdóit összeszorozom a Γ félértékszélességükkel. Ez közelítőleg megegyezik az egyes görbék alatti területekkel, ezért a továbbiakban I intenzitásoknak nevezem ezeket az értékeket. Ezeket a területeket összegzem, majd minden egyes területet ezzel az összeggel normálok. A szükséges mérési adatok az alábbi táblázatban vannak feltüntetve:

	Átlag érték [csatorna]	Abszolút hiba [csatorna]	Relatív hiba [csatorna] [%]
A_1	130,5431	8,7116	6,67 %
A_2	212,6623	7,5187	3,54 %
A_3	234,9969	7,2445	3,08 %
Γ_1	12,3610	1,3086	10,59 %
Γ_2	15,9365	0,9714	6,10 %
Γ_3	17,0395	0,9120	5,35 %

3. táblázat. A három csúcs amplitúdója és a hozzájuk tartozó vonalszélesség a vas spektrumában.

Az egyes I_i intenzitásokat, valamint a w_i normált értékeket az alábbi táblázat foglalja össze hibával együtt.

	I_i	ΔI_i	δI_i	w_i	Δw_i	δw_i
1. csúcs	1613	278	17,23 %	0,1791	0,0308	17,20 %
2. csúcs	3389	326	9,61 %	0,3763	0,0362	9,62 %
3. csúcs	4004	338	8,44 %	0,4446	0,0375	8,43 %

4. táblázat. A három csúcsához tartozó intenzitás és ezeknek normált értékei.

A területek összege (amivel normáltam):

$$I = \bar{I} + \Delta I = 9006 \pm 546, \quad (11)$$

ahol $\bar{I} = \bar{A}_1 \bar{\Gamma}_1 + \bar{A}_2 \bar{\Gamma}_2 + \bar{A}_3 \bar{\Gamma}_3 = 9006$ az intenzitás átlag értéke, és $\Delta I = \sqrt{(\Delta I_1)^2 + (\Delta I_2)^2 + (\Delta I_3)^2} = \sqrt{|\bar{A}_1 \Delta \Gamma_1 + \bar{\Gamma}_1 \Delta A_1|^2 + |\bar{A}_2 \Delta \Gamma_2 + \bar{\Gamma}_2 \Delta A_2|^2 + |\bar{A}_3 \Delta \Gamma_3 + \bar{\Gamma}_3 \Delta A_3|^2} = 546$ az intenzitás abszolút hibája. Ekkor a relatív hiba: $\delta I = 6,06\%$.

A vonalszélességeket és ezek hibáját energiában megadhatjuk a (2) összefüggés alapján:

$$\Gamma_i[\text{neV}] = m \cdot \Gamma_i[\text{csatorna}], \quad \Delta \Gamma_i[\text{neV}] = \Gamma_i[\text{neV}] \cdot \delta \Gamma_i[\text{csatorna}] + \delta m. \quad (12)$$

Az így számolt adatokat a következő táblázatban foglalom össze:

	w_i	Δw_i	$\Gamma_i[\text{csatorna}]$	$\delta \Gamma_i[\text{csatorna}]$	$\Gamma_i[\text{neV}]$	$\Delta \Gamma_i[\text{neV}]$
1. csúcs	0,1791	0,0308	12,3610	10,59 %	15,6453	2,9728
2. csúcs	0,3763	0,0362	15,9365	6,10 %	20,1708	2,5464
3. csúcs	0,4446	0,0375	17,0395	5,35 %	21,5669	2,4698

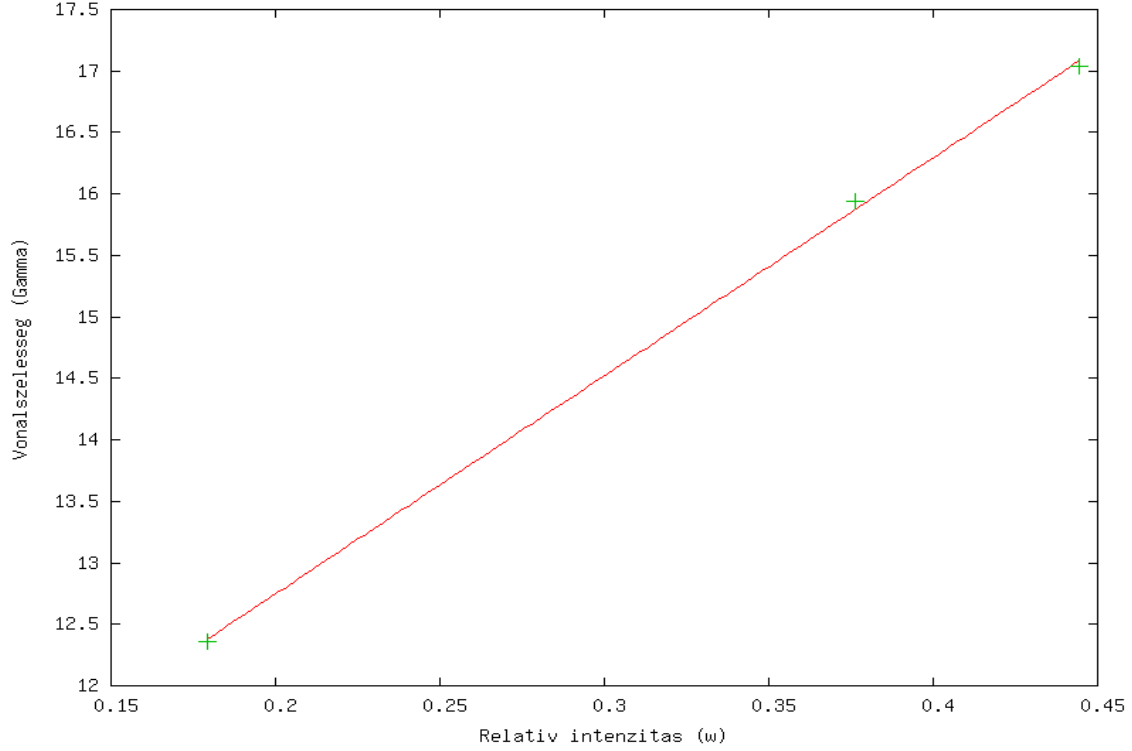
5. táblázat. A vonalszélesség-intenzitás függvény számolásához szükséges értékek.

⁴A mérés során egy 1,62 cm vastag ⁵⁷Co forrást használtunk.

A szükséges adatok összegyűjtése után ábrázolhatjuk a Γ vonalszélességet a relatív w intenzitás függvényében. A három pontra egy

$$\Gamma(w) = A \cdot w + B \quad (13)$$

egyenlettel megadott egyenest illesztettem A, B paraméterekkel. Az paraméterek értékei $A = 17,7351 \pm 0,4054$ és $B = 9,2006 \pm 0,1426$, azaz az illesztés hibája rendre 2,29% és 1,55%. A pontokat és az illesztett egyenest lásd az alábbi ábrán:



4. ábra. Az illesztett $\Gamma(w)$ függvény és a mért pontok.

Ha a (9) egyenletben ha elhanyagoljuk a másodrendű tagot és a maradékot a Γ_m mért félérték szélességre rendezzük, akkor a következő eredményre jutunk:

$$\Gamma_m = \left(2 + \frac{T_F}{4}\right) \Gamma + \frac{1}{4} T_A w \Gamma. \quad (14)$$

Vessük össze ezt a képletet a (13) egyenlettel: $\Gamma_m = \underbrace{\frac{1}{4} T_A \Gamma}_{A} \cdot w + \underbrace{2,41 \cdot \Gamma}_{B}$. A vonalszélesség és az abszorbens vastagsága kifejezhető az A, B paraméterek ismeretében:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{B}{2,41} = 3,8177 \pm 0,0592 \xrightarrow{(12) \text{ egyenlet}} \Gamma = 4,8321 \pm 0,0766 \text{ neV}, \quad \delta\Gamma = 1,59\% \\ T_A &= \frac{4A}{\Gamma} = \frac{4(17,7351 \pm 0,4054)}{3,8177 \pm 0,0592} = 18,5820 \pm 10,3905, \quad \delta T_A = 55,92\% \end{aligned} \quad (15)$$

(itt azért használtuk a Γ csatornaszámbeli értékét, mivel T_A dimenziótlan konstans)

Az élettartam és a vonalszélességek közti kapcsolatot a következő egyenlet írja le⁵:

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{6,582 \cdot 10^{-16} \text{ eVs}}{4,8321 \pm 0,0766 \text{ neV}} = 136,2141 \pm 2,1594 \text{ ns}. \quad (16)$$

Az élettartam irodalmi értéke $141,8 \text{ ns}$, ami közel benne van az alig 1,59% széles hibakorlátban. Mérésünk pontos volt, kevesebb mint 4%-kal tér el az átlagérték az irodalmi értéktől.

Most már kiszámolhatjuk a minták effektív vastagságának, más módszerrel, a (9) egyenletet átrendezésével:

$$T_A = \left(4 \frac{\Gamma_i}{\Gamma} - T_F - 8\right) \frac{1}{w_i}, \quad \delta T_A = \delta \Gamma_m + \delta \Gamma + \delta w + \delta m. \quad (17)$$

⁵ A τ élettartam $\Delta\tau$ bizonytalanságát kiszámíthatjuk a $\frac{\Delta\tau}{\tau} = \frac{\Delta\Gamma}{\Gamma} \rightarrow \Delta\tau = \tau \delta\Gamma$ összefüggés alapján.

A képletbe az 5. táblázatban szereplő, egyes csúcsokhoz tartozó Γ_i -ket és w_i -ket helyettesítjük be::

	T_i^{vas}	ΔT_i^{vas}	δT_i^{vas}
1. csúcs	18,6000	5,4963	29,55 %
2. csúcs	18,8081	3,2877	17,48 %
3. csúcs	18,5181	2,8778	15,54 %

6. táblázat. A lágy vas effektív vastagsága a három különböző felhasadása szerint.

A nátrium-nitropsszid és az acél esetében nincsenek különböző intenzitású csúcsok, így ott a relatív intenzitás $w_i = 1$ minden i -re, a hibája nincs.

	Γ	$\Delta\Gamma$	T_A	ΔT_A	δT_A
Acél	17,1356	0,7479	8,3338	0,5100	6,12 %
Nátrium-nitropsszid	9,3364	0,4336	0,1622	0,0104	6,40 %

7. táblázat. Az acél és a nátrium-nitropsszid effektív vastagsága.

Ha a számításoknál a másodrendű tagot is figyelembe vennénk, az olyan kismértékű eltérést okozna, ami jóval kisebb, mint az egyéb dolgokból származó hibák.

2.4. Az elektromos térgradiens nagyságának meghatározása a nátrium-nitropsszid mintában

Feladat: Határozzuk meg az elektromos térgradiens nagyságát a nátrium-nitropsszid mintában! Az elektromos kvadrupól-momentum értéke az első gerjesztett állapotban $Q_{3/2} = 0,21 \cdot 10^{-28} m^2$.

A jegyzet szerint, ha az atommag Q kvadrupól-nyomatékára $\partial^2 V / \partial z^2$ elektromos térgradiens hat, akkor

$$\Delta E = \frac{eQ}{4I(2I-1)} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} [3m_I^2 - I(I+1)] \sqrt{1 + \frac{\eta^2}{3}} \quad (18)$$

energiával tolódik el a magnívó. A kifejezésben I a magnívó spinje, m_I a mágneses kvantumszám, η az asszimtria-faktor, ami axiális szimmetria esetén 0. Az eltolódás különböző lehet az adott nívó különböző mágneses kvantumszámok esetén, tehát az addig degenerált vonalak felhasadhatnak. A pozitív és negatív mágneses kvantumszámok közt nincs különbség az eltolódás tekintetében. A $\partial^2 V / \partial z^2$ térgradienst elsősorban az elektronhéj gömbszimmetriától való eltérése határozza meg.

Jelen esetben a magspin $I = 3/2$, ebből következően m_I lehetséges állapotai: $1/2, 3/2$ mivel a felhasadás előjeltől független, így csak két részre hasad fel a nívó. Az előző képletbe való behelyettesítéssel (továbbá figyelembe véve, hogy az asszimmetriatag zérus) a két nívó egymástól való távolsága a következő:

$$\Delta E = \frac{eQ}{4I(2I-1)} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \left[3m_I^2 - \frac{3}{2} \left(\frac{3}{2} + 1 \right) \right] \sqrt{1 + \frac{\eta^2}{3}} = \frac{eQ}{12} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \left(3m_I^2 - \frac{15}{4} \right) \quad (19)$$

A spektrumból a két nívó távolságát tudjuk csak meghatározni, vagyis a két különböző Δm_I -re adódó ΔE -k különbségét.

$$\Delta E = \Delta E_{I_1} - \Delta E_{I_2} = \frac{eQ}{12} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \left(3m_{I_1}^2 - \frac{15}{4} \right) - \frac{eQ}{12} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \left(3m_{I_2}^2 - \frac{15}{4} \right) = \frac{eQ}{4} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} (m_{I_1}^2 - m_{I_2}^2) = \frac{eQ}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \quad (20)$$

leolvashatjuk a ΔE -t az illesztés alapján. A Na-nitropsszid „Q. splitting”-je csatornaszám szerint: $65,3556 \pm 0,2939$. Ez a (2) képlet szerint energiában kifejezve: $82,7206 \pm 0,3720 neV$. Ezek után a térgradiensre a következő adódik:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \frac{2\Delta E}{eQ} = \frac{2 \cdot 82,7206 \pm 0,3720 neV \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C}{1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 0,21 \cdot 10^{-28} m^2} = (7,8782 \pm 0,0354) \cdot 10^{21} \frac{V}{m^2}. \quad (21)$$

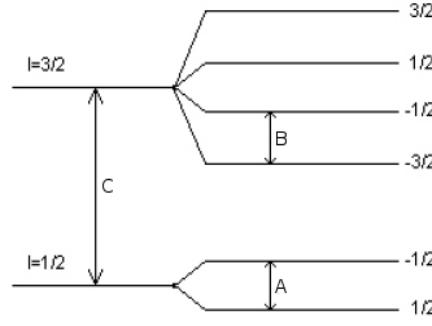
2.5. A ^{57}Fe mágneses momentuma az első gerjesztett állapotban és a B értéke a lágyvas mintában

Feladat: Határozzuk meg a ^{57}Fe mágneses momentumát az első gerjesztett állapotban ($\mu_{\frac{3}{2}}$)! Mekkora a B értéke a lágyvas mintában? ($\mu_{\frac{1}{2}} = 0,090604\mu_N$, ahol $\mu_N = 3,15238 \cdot 10^{-11} keV/T$ a mag-magneton).

Felhasználjuk, hogy az egyes alnívók közötti átmenetek intenzitás-arányaira polikristályos anyag esetében a (10) összefüggés érvényes, ami felfrissítésként az alábbi arány:

$$I_{\pm\frac{3}{2} \leftarrow \pm\frac{1}{2}} : I_{\pm\frac{1}{2} \leftarrow \pm\frac{1}{2}} : I_{\pm\frac{1}{2} \leftarrow \mp\frac{1}{2}} = 3 : 2 : 1.$$

Először az egyes nívók közötti távolságokat számítom (lásd: 5. ábra).



5. ábra. A nívók felhasadása.

$$\begin{aligned}
 I_{+\frac{3}{2} \leftarrow +\frac{1}{2}} &= C + \frac{3}{2}B + \frac{1}{2}A & I_{+\frac{3}{2} \leftarrow -\frac{1}{2}} &= C + \frac{3}{2}B - \frac{1}{2}A & I_{+\frac{1}{2} \leftarrow +\frac{1}{2}} &= C + \frac{1}{2}B + \frac{1}{2}A & I_{+\frac{1}{2} \leftarrow -\frac{1}{2}} &= C + \frac{1}{2}B - \frac{1}{2}A \\
 I_{-\frac{1}{2} \leftarrow +\frac{1}{2}} &= C - \frac{1}{2}B + \frac{1}{2}A & I_{-\frac{1}{2} \leftarrow -\frac{1}{2}} &= C - \frac{1}{2}B - \frac{1}{2}A & I_{-\frac{3}{2} \leftarrow +\frac{1}{2}} &= C - \frac{3}{2}B + \frac{1}{2}A & I_{-\frac{3}{2} \leftarrow -\frac{1}{2}} &= C - \frac{3}{2}B - \frac{1}{2}A
 \end{aligned}$$

A szélső csúspárok közti energiakülönbségek:

$$\begin{aligned}
 \Delta E_I &= I_{\pm\frac{3}{2} \leftarrow \pm\frac{1}{2}} = \left| I_{+\frac{3}{2} \leftarrow +\frac{1}{2}} - I_{-\frac{3}{2} \leftarrow -\frac{1}{2}} \right| = \left| C + \frac{3}{2}B + \frac{1}{2}A - C + \frac{3}{2}B + \frac{1}{2}A \right| = A + 3B \\
 \Delta E_I &= I_{\pm\frac{1}{2} \leftarrow \pm\frac{1}{2}} = \left| I_{+\frac{1}{2} \leftarrow +\frac{1}{2}} - I_{-\frac{1}{2} \leftarrow -\frac{1}{2}} \right| = \left| C + \frac{1}{2}B + \frac{1}{2}A - C + \frac{1}{2}B + \frac{1}{2}A \right| = A + B \\
 \Delta E_I &= I_{\pm\frac{1}{2} \leftarrow \mp\frac{1}{2}} = \left| I_{+\frac{1}{2} \leftarrow -\frac{1}{2}} - I_{-\frac{1}{2} \leftarrow +\frac{1}{2}} \right| = \left| C + \frac{1}{2}B - \frac{1}{2}A - C + \frac{1}{2}B - \frac{1}{2}A \right| = |A - B|
 \end{aligned} \tag{22}$$

Ezeket az energiakülönbségeket az 1. táblázat „KD felhasadásai”-ból meg tudjuk határozni:

Átmenet	Csatornatávolság	Abszolút hiba	Relatív hiba
$\Delta E_1 = A + 3B$	402,6284	0,5305	0,13 %
$\Delta E_2 = A + B$	232,8645	0,5693	0,24 %
$\Delta E_3 = A - B$	62,5934	0,8328	1,33 %

8. táblázat. A felhasadások csatornaszámban.

Az értékek energiában kifejezve:

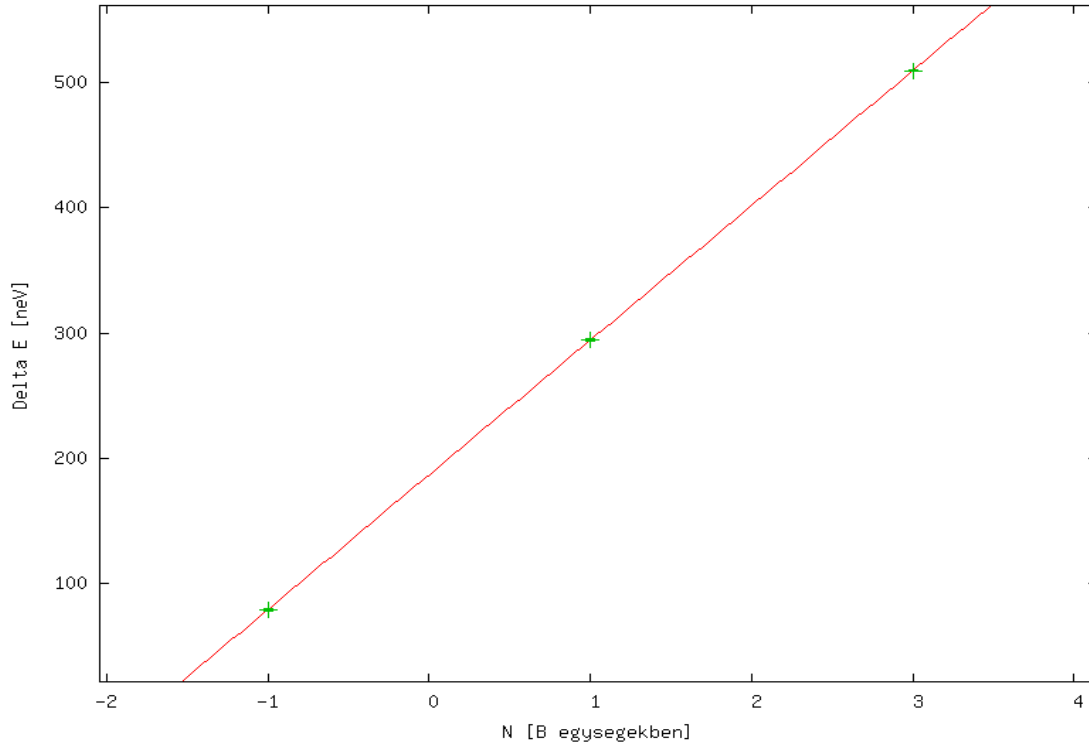
Átmenet	Energia [neV]	Abszolút hiba [neV]	Relatív hiba
$\Delta E_1 = A + 3B$	509,6068	0,6725	0,13 %
$\Delta E_2 = A + B$	294,7366	0,7217	0,24 %
$\Delta E_3 = A - B$	79,2245	1,0557	1,33 %

9. táblázat. A felhasadások energiában.

A labor alatt megbeszéltek alapján úgy tudjuk a legnagyobb pontossággal meghatározni az A és B paramétereket, ha B függvényében ($3B$ -nél, $1B$ -nél, és $-1B$ -nél $N = -3, 1 - 1$) ábrázoljuk az energiákat, majd egyenest illesztünk az adatokra. Ekkor

$$N(E) = B \cdot \Delta E + A, \tag{23}$$

ahol az illesztett paraméterek: $A = 186,987 \pm 0,215 \text{ neV}$ és $B = 107,566 \pm 0,101 \text{ neV}$.



6. ábra. Az „A” és „B” paraméterek meghatározása az energiakülönbségekből.

Tudjuk, hogy alapállapotban $I_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ a mágneses momentum. A Zeeman-felhasadás képletéből a felhasadt nívók távolsága ekkor:

$$\Delta E = \frac{\mu_{\frac{1}{2}}}{I_{\frac{1}{2}}} \mathbf{B} = A, \quad (24)$$

és az $I_{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$ gerjesztett állapotban pedig:

$$\Delta E = \frac{\mu_{\frac{3}{2}}}{I_{\frac{3}{2}}} \mathbf{B} = -B. \quad (25)$$

A kettő hányadosából a következő adódik: $\mu_{\frac{3}{2}} = -\frac{B}{A} \frac{I_{\frac{1}{2}}}{I_{\frac{3}{2}}} \mu_{\frac{1}{2}} = -5,4765 \cdot 10^{-13} \frac{\text{keV}}{T}$, aminek $\delta\mu_{\frac{3}{2}} = \delta A + \delta B = 0,21\%$ a relatív hibája. Így:

$$\mu_{\frac{3}{2}} = -0,5477 \pm 0,0011 \frac{\text{neV}}{T}. \quad (26)$$

Végül kiszámítható a mágneses indukció:

$$\mathbf{B} = \frac{I_{\frac{1}{2}}}{\mu_{\frac{1}{2}}} A = 32,7335 \pm 0,1060 \text{ T}. \quad (27)$$

2.6. Az elektromos térgradiens összehasonlítása a Bohr-moddal által jóslottal

Feladat: A 4. feladatban kapott elektromos térgradiens értéket hasonlítsa össze a hidrogénatom Bohr-modelljében az alapállapotú Bohr-pályán keringő elektron által a proton helyén létrehozott elektromos tér gradiensének értékével!

Az elektron által a mag helyén keltett elektromos potenciál: $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{r}$.

A térgradienst a kívánt helyen úgy kapjuk meg, hogy vesszük a potenciál második deriváltját a Bohr-sugár helyén ($r_B = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ a Bohr-sugár):

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} \Big|_{r_B} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{e}{r_B^3} = 1,9428 \cdot 10^{22} \frac{\text{V}}{\text{m}^2} \quad (28)$$

Látható, hogy ez az eredmény nagyságrendileg megegyezik az általunk kapott eredménnyel.

2.7. Az mágneses tér összehasonlítása a Bohr-moddal által jósolttal

Feladat: Az 5. feladatban kapott mágneses télerősséget hasonlítsa össze a hidrogénatom Bohr-modelljében az alapállapotú Bohr-pályán keringő elektron által a proton helyén létrehozott mágneses térrel!

Az indukciót a Biot-Savart törvény segítségével tudjuk kiszámolni: $\mathbf{B} = \mu_0 \frac{I}{2r_B}$, ahol $I = \frac{e\nu}{2r_B\pi}$ az áram és $\nu = \frac{\hbar}{m_e r_B}$ a keringési sebesség. Ezek alapján a mágneses indukció:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \hbar e}{4\pi m_e r_B^3} = 12,5 \text{ T.} \quad (29)$$

Láthatóan ennek az értéke is nagyságrendileg megegyezik az általunk mért értékkel.

2.8. A periodikusan mozgatott forrás legnagyobb kitérése

Feladat: Állapítsa meg a periodikusan mozgatott forrás legnagyobb kitérésének mértékét! Feltéve, hogy a forrás és a minta 1 cm távolságban van, hány % távolság-ingadozást jelent ez?

A sebesség-idő összefüggésről tudjuk, hogy a sebesség fél periódus-ideig nő, majd csökken. A periódusidő ismert: $T = 41,2 \pm 0,2 \text{ ms}$. A mérés elején végzett energia-kalibráció segítségével meg tudjuk határozni a maximális sebességet is, ugyanis ott tudjuk, hogy $d_{cs} = 402,6284 \pm 0,5305$ a csatorna $d_v = 9,7725 \text{ mm/s}$ távolságra van. És azt is tudjuk, hogy 256 csatorna 1/4 periódus, vagyis maga a v_{max} :

$$v_{max} = \frac{256}{402,6284 \pm 0,5305} \cdot 9,7725 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 6,2135 \pm 0,0082 \frac{\text{mm}}{\text{s}}. \quad (30)$$

A fentiek alapján a maximális kitérés:

$$x_{max} = v_{max} \frac{T}{4} = 63,9990 \pm 0,3951 \mu\text{m} \quad (31)$$

Ez a mintától mért távolsághoz képest nagyon csekély.

2.9. Mérés-összeállítás gravitációs vöröseltolódás mérésére

Feladat: Tervezzon mérés-összeállítást, amely alkalmas lenne a gravitációs vöröseltolódás mérésére! (Milyen magasra kéne tenni a forrást a mintához képest, milyen mérési idő mellett, hogy a hatás mérhető legyen?)

Minden fotonnak van energiája, arányos a hullámhosszával, hiszen $E = \hbar\nu$. Ha a foton a gravitációs potenciálból kifelé halad, akkor ez alatt energiát veszít, így a hullámhossza megnő.

Mérésünk alapján 0,5 csatorna (azaz kb. 1,26 neV energia) pontossággal meg lehet határozni az energiakülönbségeket. Két egymástól függőlegesen h távolságra lévő pont között a földi gravitációs potenciálban mozgó foton energiája ΔE -vel változik meg,

$$E = mgh + (E_0 - \Delta E) = \frac{E_0 - \Delta E}{c^2} + (E_0 - \Delta E) \quad (32)$$

a foton teljes energiája. Ebből kifejezhető a magasság: $h = \frac{\Delta E}{E_0 - \Delta E} \frac{c^2}{g}$, ahol $E_0 \gg \Delta E$, ezért a távolság a

$$h \approx \frac{\Delta E}{E_0} \frac{c^2}{g} \quad (33)$$

kifejezéssel közelíthető. A példa kedvéért vegyünk egy 14,4 keV energiájú foton forrást, amit a fenti 1,26 neV-os érzékenységgű detektorral mérünk. Ekkor

$$h = \frac{1,26 \text{ neV}}{14,4 \text{ keV}} \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 803 \text{ m} \quad (34)$$

magasság adódna. Ez megvalósítható magasság. A következő kérdés: a használni kívánt sugárforrás aktivitásának megválasztása. Ebben a kérdésben két fő szempont merül fel: 1) a mérési idő, 2) kis aktivitású sugárforrást a kisebb sugárzás érdekében. A adatok szempontjából az a jó, ha kevés idő alatt sok beütést detektálunk a jobb statisztika érdekében.

Percenként 1 beütés még elegendő volna, amit 1 napig mérnénk. Ekkor 1440 beütést számlálnánk, melyek 2,6% lenne a

statisztikus hibája. Felteszem, hogy a detektor hatásfoka 10% és megnézem, hogy ehhez mekkora aktivitású izotóp kéne: a felület, ahol a beütés szétoszlik: $4h^2\pi$. A detektor legyen kör alakú és 5 cm átmérőjű (detektorok terén nem vagyok túl tájékozott, biztos lehetne nagyobb is). A két felületet elosztva egymással, majd a kívánt detektálási aktivitás tízszeresével beszorozva megkapjuk az izotóp kellő aktivitását:

$$A = \left(10 \cdot \frac{1}{60} \frac{1}{s}\right) \frac{4\pi h^2}{r^2\pi} = 687,79 \text{ MBq.} \quad (35)$$

Ez így elég nagy aktivitás. Ennél lehet kisebb aktivitást használni, de annak megfelelően tovább is kell mérni továbbá lehet használni pontosabb, nagyobb hatásfokú és felületű detektort és nagyobb energiájú forrást, ezek mind csökkentik a mérési időt.

3. Irodalomjegyzék

- [1.] Mössbauer-effektus vizsgálata - mérés leírás, <http://ion.elte.hu/magfiz/korszeruvizsgmodlab/mos.pdf>
- [2.] Mérések a klasszikus fizika laboratóriumban - hibaszámítás, *Havancsák Károly szerk.*, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2003.

.....
Barta Dániel