Mérési jegyzőkönyv

5. számú mérés

Fajhő mérése

Mérést végezte : Kulyassa Róbert
Mérés időpontja : 2000. március 20. (hétfő délelőtt)

1 Mérés elve

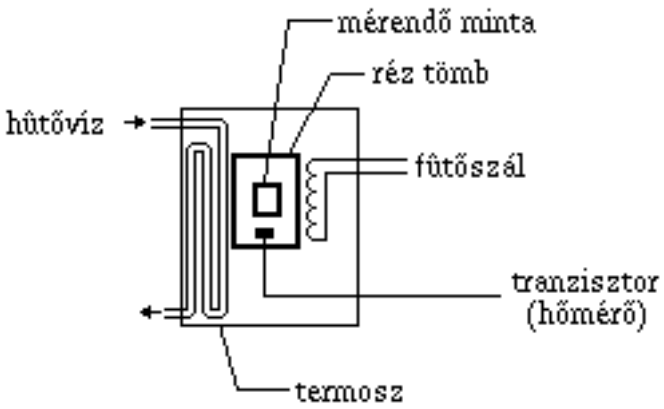
Egy anyag fajhőjét egyszerűen megmérhetjük, ha (ismert menyiségű) hőt közlünk vele (vagy vonunk el tőle) és mérjük ennek hatására fellépő hőmérsékletváltozást. A mérendő anyag tömegének ismeretében a fajhő a

$$Q = cm\Delta T$$

képlet felhasználásával meghatározható.

2 Mérés leírása

A méréshez egy elektromos kalorimétert használunk.



ábra 1: A kaloriméter felépítésének vázlata

3 Kaloriméter hőkapacitásának meghatározása

Első feladatunk a kaloriméter hőkapacitásának meghatározása. Ezt az "üres" kaloriméter melegítésével végezzük el.
A fűtés során a kaloriméterbe táplált hőenergia :

$$Q = \frac{U^2}{R} t_f = 1.287 Wmin (= 77.24 Ws)$$

ahol

- Q : a közölt hőmennyiség
- R : a fűtőellenállás ellenállásértéke ($R = 6.90 \pm 0.005\Omega$)
- U : a fűtőellenállásra kapcsolt feszültség ($U = 1.564 \pm 0.0005V$)
- t_f : a fűtés időtartama ($t_f = 3.63min$)

A hőkapacitás meghatározhatnánk a

$$v = \frac{Q}{\Delta T}$$

(ahol $\Delta T (= 2.889°C)$ a fűtés időtartama alatt bekövetkező hőmérsékletváltozás, v pedig a mérendő hőkapacitás)
egyenletből közvetlenül, vagy a mérés grafikonjára illesztett egyenes meredekségéből. Ekkor azonban figyelmen kívül hagynánk a kaloriméter és a környezet hőcseréjét, mely nem elhanyagolható mértéke jól látszik az utószakasz exponenciális jellegéből.
A környezet hatását a Newton féle lehülési törvénnyel vesszük figyelembe:

$$v\frac{dT}{dt} = \frac{dQ}{dt} - h(T - T_k) \tag{1}$$

(ahol

- T : a kaloriméter hőmérséklete,
- T_k : a környezet hőmérséklete,
- h : a hőátadási tényező)

Itt azonban új ismeretlenünk van (h). Sajnos olyan egyenletet nem tudunk felírni melyből h közvetlenül meghatározható, de az utószakaszra érvényes

$$T = T_k + Ce^{-\epsilon_0 t} \tag{2}$$

(ahol

- C : számunkra érdektelen konstans
- $\epsilon_0 = \frac{h}{v}$: lehülési paraméter)

függvényt a mérési pontokra illesztve ϵ_0, valamint a környezet hőmérséklete meghatározható. Illesztés után :

$$\epsilon_0 = 0.0902 \pm 0.00024 \frac{1}{min} \ , \quad T_k = 9.694 \pm 0.0047°C$$

(1)-et integrálva és rendezve kapjuk, hogy :

$$v((\Delta T) + \epsilon_0 \int_{t_0}^{t_1} (T(t) - T_k))dt = Q$$

(ahol $t_0 = 1.5min$ és $t_1 = 5.13min$ az idő a melegítés kezdetén, illetve végén) Az összeg második tagja a kaloriméter környezetbe leadott hője miatti hőmérsékletcsökkenés (vagyis ennyivel mérnénk többet t_1 időpillanatban, ha a hőszigetelés tökéletes lenne). Ezt a mérési adatokból numerikus integrálással meg tudjuk határozni:

$$\Delta T_{korr} = \epsilon_0 \int_{t_0}^{t_1} (T(t) - T_k))dt = 0.289°C$$

3.1 Eredmény

A kaloriméter hőkapacitása :

$$v = \frac{Q}{\Delta T + \Delta T_k orr} = 24.3 \frac{Ws}{°C}$$

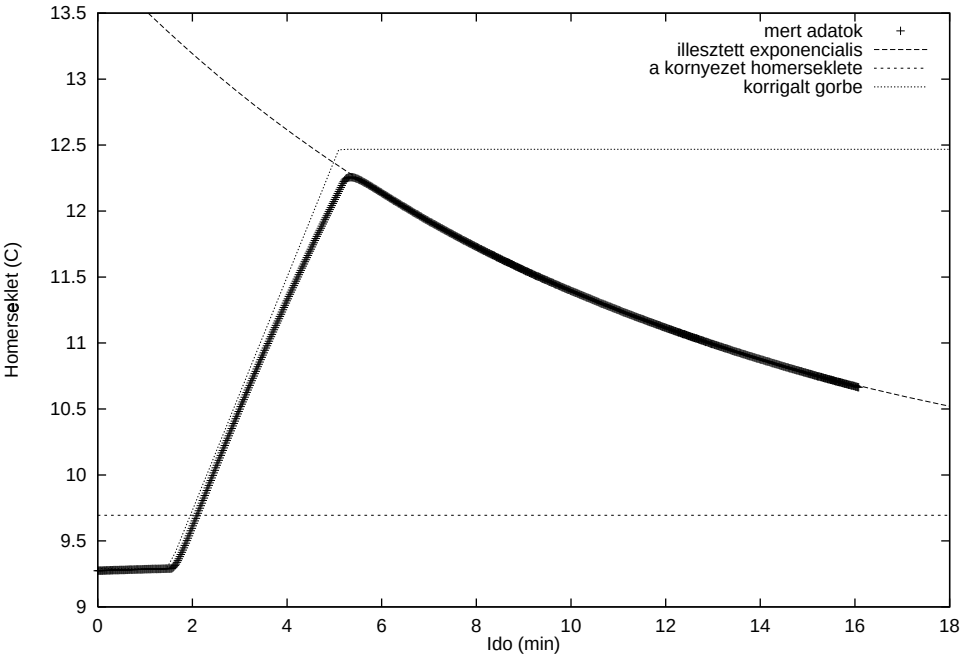
Ebből, a hőátadási tényező :

$$h = v\epsilon_0 = 2.19 \frac{Ws}{°Cmin}$$

3.2 A mérés hibái

Az időmérés 10^-5s pontosságú, így ennek hibáját elhanyagoljuk. A hőmérsékletet $10^-5°C$ pontosságú, a környezet hőmérsékletét viszont fügvényillesztésből határoztuk meg, ennek hibája pedig jóval nagyobb

$$\Delta T_{korr} = T_{korr}(\frac{\Delta\epsilon_0}{\epsilon_0} + \frac{\Delta T_k}{T_k}) = \pm 0.00323°C$$



ábra 2: A kaloriméter hőmérséklete a fűtés alatt és után.

A közölt hőmennyiséget is számítással határoztuk meg, ennek hibája :

$$\Delta Q = Q(2\frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta R}{R}) = \pm 0.105 Ws$$

Ezek alapján a hőkapacitás hibája :

$$\Delta v = v(\frac{\Delta Q}{Q} + \frac{\Delta T_{korr}}{T_{korr}}) = \pm 0.3 \frac{Ws}{^\circ C}$$

A hőátadási tényező hibája pedig :

$$\Delta h = h(\frac{\Delta v}{v} + \frac{\Delta \epsilon_0}{\epsilon_0}) = \pm 0.033 \frac{Ws}{^\circ C min}$$

3.3 A végeredmény

$$v = 24.3 \pm 0.3 \frac{Ws}{^\circ C}$$

$$h = 2.19 \pm 0.033 \frac{Ws}{^\circ C min}$$

4 Adott test fajhőjének mérése

Egy test (Én a laboratóriumi minták közül az 1-jelűt használtam, ennek tömege : m = 4.7668 g) fajhőjének meghatározásához a testet előbb felmelegítjük , majd az előzőleg állandó hőmérsékletű kaloriméterbe ejtjük. Ekkor a kaloriméter és a test közötti hőcserét a

$$dQ = w\frac{dT_t}{dt} = -k(T_t - T)$$

képlet írja le. (ahol

- dQ : a testből a kaloriméterbe áramló hőmennyiség.
- $w = mc$: a test hőkapacitása (m : a test tömege, c : a test fajhője)
- k : hőátadási tényező (a test és a kaloriméter között)
- T_t : a test hőmérséklete
- T : a környezet (ez esetben a kaloriméter) hőmérséklete)

Ez a folyamat hasonlít az előzőre, hiszen végső soron itt is melegítjük a kalorimétert. Így az utószakaszra (2) -t illesztve a környezet hőmérséklete (amely időközben megváltozhatott) meghatározható. (Az egyenletben szereplő többi paraméter most nem hasznosítható, mert a kaloriméter nem üres.) :

$$T_k = 9.778 \pm 0.00249°C$$

A kaloriméterből és a vizsgálandó mintából álló rendszerrel hőt nem közlünk, így :

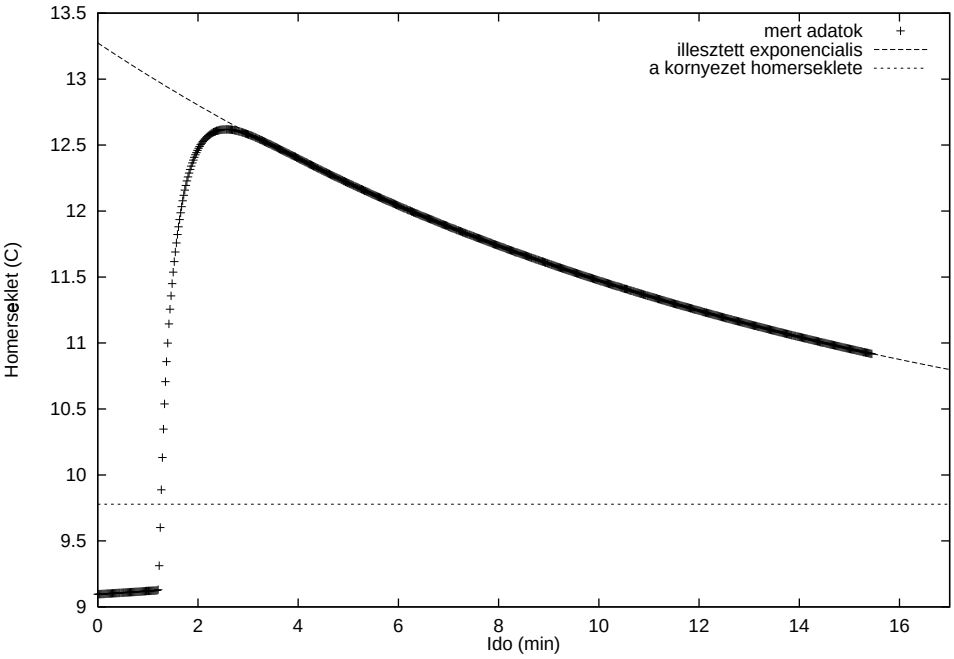
$$v\frac{dT}{dt} + w\frac{dT_t}{dt} = \frac{dQ}{dt} - h(T - T_k)$$

(itt Q a kaloriméter által felvett hőmennyiség) Az összes hőmérséklet (az előbb meghatározott) környezeti hőmérséklethez tart, ezért ha ezt az egyenletet integráljuk a mérés kezdeti pillanata és a végtelen közott, akkor :

$$v(T_{t0} - T_k) + w(T_{t,t0} - T_k) = Q - h\int_{t_0}^{\infty}(T - T_k)dt$$

(ahol a t0 indexek a mérés kezdeti pillanatában mért értékeket jelölik) továbbá felhasználva, hogy a kaloriméterbe táplált energia:

$$Q = w(T_{t,t0} - T_{t0})$$



ábra 3: A kaloriméter hőmérséklete a minta "bedobása" esetén.

És ebből w-t kifejezve :

$$w = \left[h \int_{t_0}^{\infty} T - T_k dt + v(T_{t0} - T_k)\right] \frac{1}{T_k + T_{t0}}$$

Ebben az egyenletben most már minden adott. Az egyetlen problémát az integrál kiszámítása jelentheti. Ehhez a kifejezést két részre bontjuk, t_0 pillanattól numerikusan integrálunk, egészen az utószakaszig. Itt ahol már jól ileszkedik az exponenciális görbe analitikusan végezzük el a számítást.

$$I = h \int_{t_0}^{\infty} T - T_k dt = h \int_{t_0}^{t=6min} T - T_k dt + h \int_{t=6}^{\infty} Ce^{-\epsilon t}$$

itt ϵ és C az utószakaszra illesztett függvény paraméterei.
Numerikus integrálással :

$$I_num = h \int_{t_0}^{t=6min} T - T_k dt = 25.82Ws$$

Analitikusan :

$$I_anal = h \int_{t=6}^{\infty} Ce^{-\epsilon t} = 31.27Ws$$

$$w = [I + v(T_{t0} - T_k)] \frac{1}{T_k + T_{t0}}$$

4.1 Eredmény

A minta hőkapacitása tehát :

$$w = 2.18 \frac{Ws}{^\circ C}$$

Ebből pedig fajhője:

$$c = \frac{w}{m} = 458.7 \frac{Ws}{^\circ Ckg}$$

4.2 A mérés hibái

A számításokhoz használt adatok közül egyedül az integrál hibájával nem foglalkoztunk még :

$$\Delta I_a nal = I_a nal(\frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon}) = 0.514 Ws$$

$$\Delta I_n um = I_n um \frac{\Delta h}{h} = 0.389 Ws$$

$$\Delta I = \Delta I_a nal + \Delta I_n um = 0.9 Ws$$

Ezek alapján a hőkapacitás hibája :

$$\Delta w = w(\frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta v}{v}) = 0.0614 \frac{Ws}{^\circ C}$$

$$\Delta c = c \frac{\Delta w}{w} = 12.9 \frac{Ws}{^\circ Ckg}$$

4.3 A végeredmény

$$w = 2.18 \pm 0.0614 \frac{Ws}{^\circ C}$$

$$c = 458.7 \pm 12.9 \frac{Ws}{^\circ Ckg}$$