Fajhő mérése

(Mérési jegyzőkönyv)

Hagymási Imre

2006. február 26.
(hétfő délelőtti csoport)

1. A mérés elméleti háttere

Az anyag fajhőjének mérése legegyszerűbben a jólismert

$$Q = cm\Delta T_m \tag{1}$$

összefüggés alapján történhet. Ha ismerjük a minta tömegét és a vele közölt hőt, akkor a hőmérsékletváltozását mérve meghatározható a fajhője. A hőátadás kaloriméterben történik, mely a mérésben egy termoszba helyezett réztömb volt. Erre egy ismert ellenállású ($R = 7.07 \pm 0.01\Omega$) fűtőtest és a hőmérséklet mérését szolgáló tranzsiztor csatlakozott.
A minta fajhőjének meghatározásához először szükséges a kaloriméter vízértékének meghatározása. A kaloriméterre t_v ideig fűtünk, miközben mérjük a Q_v hőközlés hatására bekövetkező ΔT_v hőmérsékletváltozást, tehát:

$$Q_v = \frac{U^2}{R} t_v \tag{2}$$

$$v = \frac{Q_v}{\Delta T_f}. \tag{3}$$

Az ismeretlen fajhő értékét kétféleképpen is meg fogjuk határozni.

a) A minta hőmérsékletét egy hőtartály segítségével a kaloriméter hőmérsékleténél magasabbra melegítjük, majd a kaloriméterbe ejtjük. Ekkor egyszerű számolás után kapjuk:

$$c = \frac{v}{m} \frac{T_e - T_k}{T_{m0} - T_e}, \tag{4}$$

ahol T_{m0}, T_k rendre a minta illetve a kaloriméter kezedeti hőmérséklete, T_e a kiegyenlítődés utáni közös hőmérséklet.

b) A másik módszer szerint az anyagmintát a kaloriméterbe helyezzük és a közös hőmérséklet beállta után ráfűtünk a kaloriméterre. Ha a betáplált Joule-hőt Q-val jelöljük, akkor a vízérték ismeretében az anyag fajhője:

$$c = \frac{1}{m} \left(\frac{Q - v\Delta T}{\Delta T} \right). \tag{5}$$

Ezidáig nem vettük figyelembe, hogy a rendszerben fellépnek veszteségek. A környezettel való hőcserét a Newton-féle lehűlési törvénnyel vehetjük figyelembe:

$$\frac{dQ_h}{dt} = -h(T - T_k), \tag{6}$$

ahol T a kaloriméter, T_k a környezet hőmérséklete, h a hőátadási tényező.

A kaloriméter valóságot is jól közelítő modelljét adja az ún. kéttest-modell. A modell szerint a kalorimétert két részből állónak tekintjük: egy belső testből (minta) és a mintát körülvevő testből (kaloriméter belseje). Ha a minta hőkapacitása w és hőmérséklete T_m, a kaloriméter beljesének pedig v és T, továbbá a környezet hőmérséklete T_k (állandó), akkor az első főtétele szerint:

$$v\frac{dT}{dt} + w\frac{dT_m}{dt} = \frac{dQ}{dt} - h(T - T_k). \tag{7}$$

A kaloriméter hőmérsékletének időfüggése három jól elkülöníthető szakaszra bontható: *előszakasz, főszakasz* és *utószakasz.* Az előszakaszban a kaloriméter közelítőleg egyensúlyban van a környezetével, így hőmérséklete megegyezik a környezetével. A főszakasz kezdete a test beejtésének pillanata, vagy a fűtés bekapcsolása. Mindkét esetben gyorsan változik a kaloriméter hőmérséklete. A főszakasz végén megáll a hőmérséklet növekedése, mivel a kaloriméter egyensúlyba jut a veszteségekkel. Ezt egy hosszabb idejű, lassan csökkenő hőmérsékletű szakasz követi, melyben a kaloriméter hővesztesége jelentős szerepet kap. Ezen szakaszt nevezzük utószakasznak.

A vízértékszámolásnál a (7) egyenlet a

$$v\frac{dT}{dt} = \frac{dQ_v}{dt} - h(T - T_k) \tag{8}$$

alakra módosul. Ezt az egyenletet a fűtés kezdetétől ($t = 0$) az utószakasz egy t időpontjáig integrálva:

$$v\left[(T(t) - T_k) + \frac{h}{v}\int_0^t (T(t') - T_k)dt'\right] = Q_v. \tag{9}$$

A zárójelben szereplő kifejezést a *korrigált hőmérséklet* ($T^*(t)$) fogalmának bevezetésével interpretálhatjuk:

$$T^*(t) = T(t) + \epsilon_0 \int_0^t (T(t') - T_k)dt', \tag{10}$$

ahol $\epsilon_0 = \frac{h}{v}$, amely segítségével

$$v = \frac{Q}{T^* - T_k}. \tag{11}$$

A minta fajhőjének meghatározásakor is figyelembe kell vennünk a veszteségeket és azt, hogy nem közvetlenül a minta hőmérsékletét mérjük, hanem a kaloriméterét. Ehhez mind az a), mind a b) esetben meg kell határoznunk a minta veszteségek miatti korrigált hőmérsékletét, melyet T_m^*-mel jelölünk. Ennek levezetése megtalálható [1] műben, melynek végeredménye a) esetben:

$$T_m^* = T_k + \frac{\epsilon'}{\epsilon' - \epsilon_0}(T^* - T_k), \tag{12}$$

$$c = \frac{v}{m}\frac{T^* - T_k}{T_{m0} - T_m^*}, \tag{13}$$

ahol ϵ_0 az üres kaloriméter utószakaszát leíró, ϵ' pedig a mintát tartalmazó kaloriméter főszakaszát leíró exponenciális függvény kitevőjében szereplő állandó. A b) esetben pedig:

$$c = \frac{1}{m}\frac{Q - v(T^* - T_k)}{T_m^* - T_k}, \tag{14}$$

ahol Q a t idő alatt fejlődő Joule-hő.

2. A vízérték mérése

A kaloriméter vízértékének mérésekor az egyensúlyi helyzet beállta után (a hőmérsékletváltozás kisebb mint $0.01\frac{^\circ\mathrm{C}}{\mathrm{min}}$), ráfűtöttem a rendszerre és $\sim 3\ ^\circ C$ hőmérsékletváltozás után lekapcsoltam a fűtést. A mérés 15 percig tartott, a mért adatok az 1. táblázatban található. A mért illetve korrigált hőmérséklet-idő függvény az 1. ábrán látható. Az alsó görbe a mért pontokból áll, a felső görbe pedig a számítógép által meghatározott korrigált hőmérséklet-idő függvény. Ezen adatok segítségével kiszámolhatjuk a kaloriméter vízértékét:

$$v = \frac{Q}{T^* - T_k} = (22.19 \pm 0.06)\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}. \tag{15}$$

A fűtés időtartama:	t =126.33 s
A fűtőfeszültség:	U =(1.786 ±0.001)V
A fűtőellenállás:	R =(7.07±0.01)Ω
A Joule-hő:	Q =(56.99±0.11)J
Az előszakasz hőmérséklete:	T_k=(10.866±0.001)°C
A hűlési állandó:	ϵ_0 =(0.0774±0.0008)$\frac{1}{\text{min}}$
A korrigált hőmérséklet:	T^* =(13.434±0.001)°C

1. táblázat. A vízérték mérés során mért adatok.

3. A minta fajhőjének mérése

3.1. Az a) módszer

A kaloriméter hőmérsékletét a hőkulcs segítségével viszonylag gyorsan vissza lehetett állítani az egyensúlyi hőmérsékletre. A rézmintát az előző mérés megkezdése előtt már a hőtartályba tettem, így a minta hőmérsékletét állandónak lehetett tekinteni. A felmelegített mintát gyorsan a kaloriméterbe ejtettem. Néhány perc múlva a kaloriméter elért egy maximális hőmérsékletet, az előző mérésben is említett exponenciális lecsengő szakasz kezdődött. A számítógépes program meghatározta a főszakasz illetve az utószakasz exponenciálisának paraméterét is, mely a többi mérési eredménnyel a 2. táblázatban található. A mért és korrigált függvénygörbék a 2. ábrán láthatók. Ezen

A rézminta tömege:	$m = (14.6313 \pm 0.0001)$ g
A minta hőmérséklete:	$T_{m0} = 34.0 \pm 0.05$ °C
A főszakasz paraméter:	$\epsilon' = 2.3839 \pm 0.0009\frac{1}{\text{min}}$
Az előszakasz hőmérséklete:	$T_k = 10.998 \pm 0.001$°C
A korrigált hőmérséklet:	$T^* = (15.605 \pm 0.001)$°C
A hűlés paramétere:	$\epsilon = 0.0684 \pm 0.0009\frac{1}{\text{min}}$

2. táblázat. Az a) módszerrel való fajhőmérés során kapott adatok.

adatok birtokában a minta fajhője:

$$c_a = \frac{v}{m}\frac{T^* - T_k}{T_{m0} - T_m^*}, \tag{16}$$

$$T_m^* = T_k + \frac{\epsilon'}{\epsilon' - \epsilon_0}(T^* - T_k) = (15.759 \pm 0.021)°\mathrm{C}, \tag{17}$$

$$\mathbf{c_a} = (\mathbf{383.039 \pm 2.3})\frac{\mathbf{J}}{\mathbf{K}}. \tag{18}$$

3.2. A b) módszer

Ebben a mérésben a mintát a kaloriméterrel együtt melegítettem, majd a lehűlését mértem. A mért értékeket a 3. táblázat foglalja össze. A mérés során készült grafikon a 3. ábrán látható. Ezen adatok segítségével már

A rézminta tömege:	$m = (14.6313 \pm 0.0001)$ g
A fűtés időtartama:	$t = (150.92 \pm 0.005)$ s
A fűtőfeszültség:	$U = (1.786 \pm 0.001)$V
A fűtőellenállás:	$R = (7.07 \pm 0.01)\Omega$
A Joule-hő:	$Q = (68.09 \pm 0.10)$J
Az előszakasz hőmérséklete:	$T_k = (10.884 \pm 0.001)°$C
A hűlési állandó:	$\epsilon = (0.0656 \pm 0.0008)\frac{1}{\mathrm{min}}$
A korrigált hőmérséklet:	$T^* = (13.266 \pm 0.001)°$C

3. táblázat. A b) módszerrel való fajhőmérés során kapott adatok.

kiszámíthatjuk a fajhőt:

$$c_b = \frac{1}{m}\frac{Q - v(T^* - T_k)}{T_m^* - T_k}, \tag{19}$$

$$T_m^* = T_k + \frac{\epsilon'}{\epsilon' - \epsilon_0}(T^* - T_k) = (13.35 \pm 0.01)°\mathrm{C}, \tag{20}$$

$$\mathbf{c_b} = (\mathbf{422.38 \pm 10.28})\frac{\mathbf{J}}{\mathbf{K}}. \tag{21}$$

3.3. A hőátadási tényezők, megjegyzések

A mérési adatokból lehetőségünk van kiszámítani a kaloriméter és a környezet illetve a kaloriméter és a minta közötti hőátadási együttható értékét. [1]

szerint:

$$h = \epsilon_0 v = (1.71 \pm 0.005)\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{min} \cdot \mathrm{K}}, \tag{22}$$

$$k = \frac{\epsilon\epsilon' w}{\epsilon_0} = (12.48 \pm 0.47)\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{min} \cdot \mathrm{K}}. \tag{23}$$

Jól látható, hogy $h \ll k$, ami egy jó kaloriméter esetén várható is volt.

Mindkét mérésben hibát okoz a rendszerben fellépő hőmérsékletgradiens, azáltal hogy nem közvetlenül a minta hőmérsékletét mérjük, hanem a kaloriméter hőmérsékletéből visszakövetkeztetünk arra. Ezenkívül a beejtéses módszernél jelentős hibát okoz az, hogy a minta hőmérsékletének megváltozását két különböző hőmérő használatával határozzuk meg. Továbbá elhanyagoltuk a beejtéskor a környezettel való hőcserét.

Hivatkozások

[1] Havancsák Károly: *Mérések a klasszikus fizika laboratóriumban*, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2003.