Mérési jegyzőkönyv

3. számú mérés

Hangfrekvenciás mechanikai rezgések vizsgálata

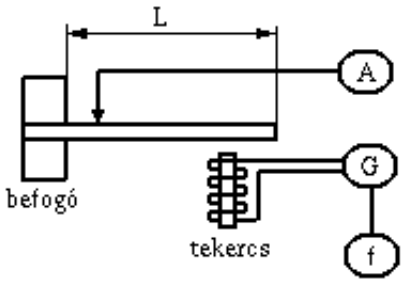
Mérést végezte : Kulyassa Róbert
Mérés időpontja : 2000. március 6. (hétfő délelőtt)

1 Mérés elve

Szilárd testek mechanikai paraméterei egyaránt vizsgálhatók statikus és dinamikus körülmények között is. Mi ezen mérés során a dinamikus módszert választjuk, egyik végén befogott rudak transzferzális rezgéseinek vizsgálatával.

2 Mérés leírása

Az egyik végén satuba fogott mintát a másik végéhez közeli elektromágnessel hozzuk lengésbe. A rezgések amplitúdóit egy piezoelektromos kristállyal mérjük, mely a kapott mechanikai hatásokat azokkal arányos nagyságú feszültséggé alakítja, így már az amplitúdó érzékelése egyszerű.



ábra 1:

2.1 Rezonanciafrekvenciák meghatározása

Elsőként a kapott minta (A. jelű, alumínium) rezonanciafrekvenciáit kerestem meg. 100 Hz-től indulva, lassan növelve a frekvenciát. A talált valódi rezonanciafrekvenciák felénél is kerestem hasonló rezonanciát, mert a gerjesztés tulajdonsága miatt itt hamis sajátfrekvenciákat mérünk.

A sajátfrekvenciák kapcsolata az alapmódussal:

$$\frac{f_i}{f_0} = \left(\frac{k_i}{k_0}\right)^2$$

i	T $[ms]$	f_i $[Hz]$	f_i/f_0	$(k_i/k_0)^2$	Eltérés %
0	3.9268	254.66	1	1	
1	0.6206	1611.34	6.327	6.267	0.96
2	0.2214	4516.71	17.736	17.547	1.07
3	0.1133	8826.12	34.658	34.386	0.79

Táblázat 1: Rezonanciafrekvenciák

ahol

- f_0: az alapmódus frekvenciája
- f_i: a vizsgált rezonancia
- k_0 , k_i a különböző módusokhoz tartozó konstansok (táblázatból)

Az egyenlet bal oldalát mérésből határozzuk meg, még a jobbat számolásból. A két értét, és százalékos különbségük a táblázatban láthatók.

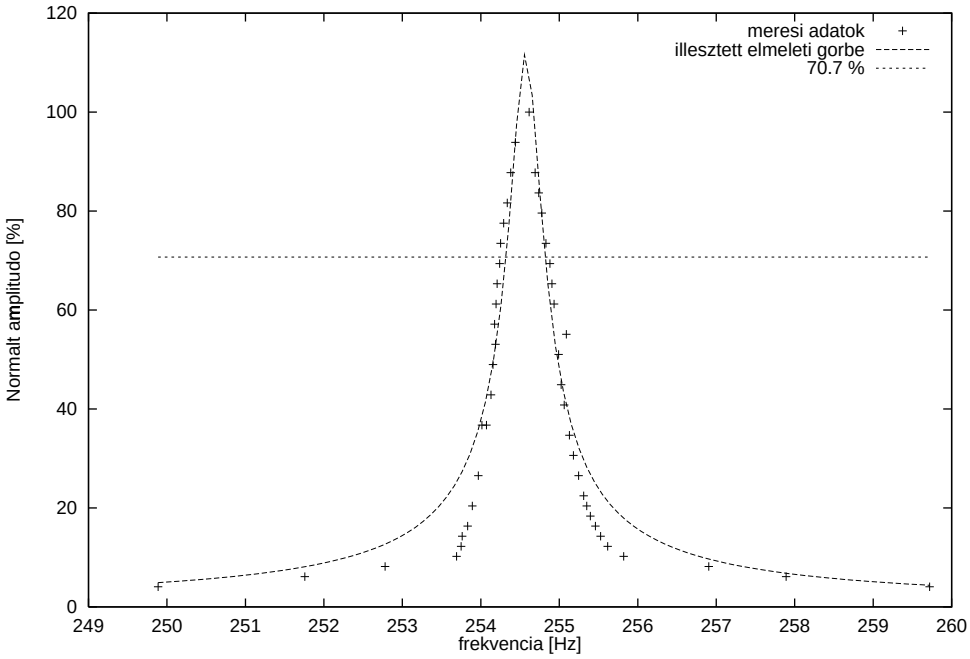
2.2 Az alapharmónikus rezonanciagörbéjének vizsgálata

Következő feladatunk, hogy az alapharmónikus környékén kis lépésközzel haladva felvegyük a rezonanciagörbét. Tudjuk, hogy erre illeszkedik a:

$$A = \frac{A_0}{\sqrt{(f_0^2 - f^2)^2 + 4\kappa^2 f^2}}$$

függvény, ahol

- A: az amplitúdó
- A_0: a gerjesztéstől függő konstans
- κ: csillapítási tényező
- f_0: az alapharmónikus frekvenciája
- f: a gerjesztés frekvenciája



ábra 2:

Az illesztés eredménye:

$$f_0 = 254.57 \pm 0.013Hz$$

$$\kappa = 0.403 \pm 0.035Hz$$

κ a félértékszélesség segítségével is meghatározható:

$$\kappa = \pi\Delta f = 0.641Hz$$

2.3 Young modusz meghatározása

Ezen mérési eredményeinkkel már a Young moduluszt is meg tudjuk határozni:

$$E = \frac{4\pi^2 \cdot f_i^2 \cdot l^4 \cdot ab \cdot \rho}{k_i^4 I}$$

ahol:

- $l = 100.0 \pm 0.05mm = 0.1\ m$: a minta hossza

- $a = 1.54 \pm 0.01mm = 0.00154\ m$: a minta magassága
- $b = 14.57 \pm 0.01mm = 0.01457\ m$: a minta szélessége
- $\rho = 2.7\frac{g}{cm^3} = 2700\frac{kg}{m^3}$: az alumínium minta sűrűsége
- $I = \frac{1}{12}b \cdot a^3 = 4.434mm^4$: a másodrendű felületi nyomaték

I kifejezését behelyettesítve, a képlet valamelyest egyszerűsödik:

$$E = \frac{48\pi^2 \cdot f_i^2 \cdot l^4 \cdot \rho}{k_i^4 a^2}$$

Ez alapján a különböző rezonanciafrekvenciákból számolt Young moduluszok:

$$E_0 = 282.93\ GPa$$

$$E_1 = 288.42\ GPa$$

$$E_2 = 289.05\ GPa$$

$$E_3 = 287.43\ GPa$$

A négy érték számtani közepét fogadjuk el, ez:

$$E = 286.95\ GPa$$

2.4 Rezonancia hosszfüggése

Mérésünk utolsó szakaszában a rezonanciafrekvencia és a minta hossza közti kapcsolatot vizsgáljuk. (Ehhez a 14.-es jelű réz mintát használjuk, melyen cm beosztás is van. Geometriai méretei: $a = 2.56 \pm 0.05mm$ $b = 14.51 \pm 0.05$ $l = 80mm$) Eddig felhasznált képleteink alapján már előre sejthető a mérések eredménye, hiszen érvényesülnie kell az:

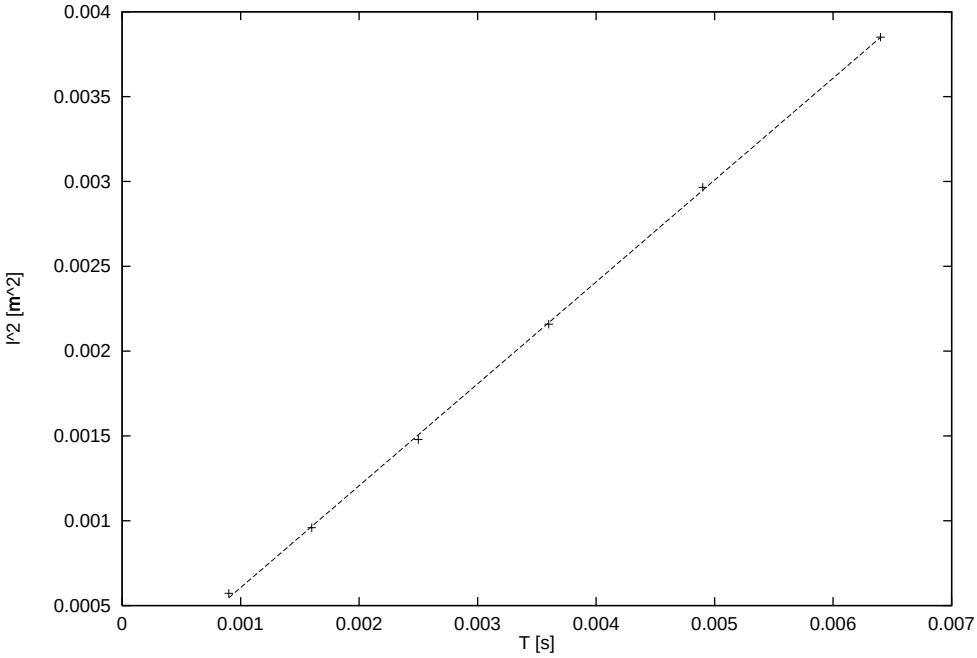
$$T = l^2 \frac{2\pi}{k_0^2}\sqrt{\frac{\rho ab}{EI}}$$

összefüggésnek. T-t l^2 függvényében ábrázolva tehát egy egyenest kapunk. Mérési pontjainkra illesztve:

$$f(x) = m \cdot x + c\ , \quad m = 0.600 \pm 0.0038$$

rezgő hossz $[cm]$	T $[ms]$	f $[Hz]$
8	3.8504	259.71
7	2.9655	337.21
6	2.1588	463.22
5	1.4784	676.4
4	0.9590	1042.7
3	0.5721	1747.9

Táblázat 2: Rezonanciafrekvenciák különböző hosszakra



ábra 3:

ahol

$$m = \frac{2\pi}{k_0^2}\sqrt{\frac{\rho ab}{EI}}$$

(a réz sűrűsége : $\rho = 8600\frac{kg}{m^3}$)

Az egyenes meredekségéből a Young modulusz:

$$E = \frac{4\pi^2 \rho ab}{m^2 k_0^4 I} = \frac{48\pi^2 \rho}{m^2 k_0^4 a^2} = 139.68\ GPa$$

3 A mérés hibái

A frekvencia hibák az időmérés hibájából:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta T}{T} = \pm 12.5 \cdot 10^{-6}$$

A rezonanciafrekvenciákból meghatározott Young modulusz hibája:

$$\Delta E = E(2\frac{\Delta f}{f} + 4\frac{\Delta l}{l} + 2\frac{\Delta a}{a}) = \pm 4.3\ GPa$$

Az illesztésből számolt Young modulusz hibája:

$$\Delta E = 2E(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta a}{a}) = \pm 3.58 GPa$$

4 A végeredmény

Az A minta Young modulusza:

$$E = 286.9 \pm 4.3\ GPa$$

A 14-es mintájé:

$$E = 139.68 \pm 3.58 GPa$$