Termoelektromos hűtőelemek vizsgálata

(Mérési jegyzőkönyv)

Hagymási Imre

2006. február 19.
(hétfő délelőtti csoport)

1. A mérés elméleti háttere

Először áttekintjük a mérés elvégzéséhez szükséges elméleti ismereteket. A következőkben felsorolt jelenségek az irreverzibilis termodinamika, illetve a vezetési jelenségek tárgykörébe sorolhatóak.

1.1. Joule-hő

Ha egy R ellenállású vezetőn I áram folyik át, akkor a vezetőben egységnyi idő alatt keletkezett hő az áram négyzetével arányos:

$$\frac{dQ}{dt} = RI^2. \tag{1}$$

1.2. Hővezetés

Egy inhomogén hőmérsékleteloszlású közegben a testben hőáram indul meg a melegebb részről a hidegebb rész felé. A létrejövő hőáramsűrűség - lineáris közelítésben - arányos a hőmérsékletgradienssel:

$$\mathbf{j} = -\lambda \cdot \nabla T, \tag{2}$$

ahol λ a *hővezetési együttható.*

1.3. Seebeck-effektus

Tapasztalat szerint két különböző vezetőből készített áramkör két sarka között feszültség jelenik meg U_{ab}, ha a vezetők érintkezési pontjai között hőmérsékletkülönbséget hozunk létre. A magasabb hőmérsékletű pont hőmérsékletét T_m-mel jelölve, az alacsonyabb pont hőmérsékletét T_h-val jelölve származtathatjuk a

$$S_{ab}(T_m) = \left(\frac{\partial U_{ab}}{\partial T_m}\right)_{T_h} \tag{3}$$

mennyiséget, amelyet *Seebeck-együtthatónak* nevezünk.

1.4. Peltier-effektus

Ha az előbb említett áramkörben I áram folyik, akkor az áram irányától függően a vezetők egyik érintkezési pontja lehűl, míg a másik felmelegszik. Az időegység alatt fejlődött vagy elnyelődött hő:

$$\frac{dQ}{dt} = P_{ab} I, \tag{4}$$

ahol a P_{ab} arányossági tényező a *Peltier-együttható.*

1.5. Thomson-effektus

Egy inhomogén hőmérsékleteloszlású vezetőben a rajta átfolyó áram hatására hő fejlődik. Az egységnyi idő alatt egységnyi hosszon fejlődött hő:

$$\frac{dQ}{dt} = \tau I \frac{dT}{dx}, \tag{5}$$

ahol τ a *Thomson-együttható.*

1.6. A Kelvin-összefüggés

Az imént felsorolt jelenségekben szereplő arányossági tényezők nem függetlenek egymástól, fennáll közöttük a

$$P(T) = TS(T) \tag{6}$$

Kelvin összefüggés.

1.7. A termoelektromos hűtés

Vizsgáljunk egy - az előzőekben tárgyalt - a és b vezetőkből álló rendszert! A rendszer ellenállása:

$$R_{ab} = R_a + R_b \tag{7}$$

és a hővezetését jellemző paraméterei:

$$h_{ab} = h_a + h_b. \tag{8}$$

Az árambevezetés környékét tekinthetjük egy T_0 hőmérsékletű hőtartálynak, míg a felső áthidalt pont hőmérsékletét jelöljük T-vel! Ez az áthidalás a Peltier-hőn kívül felveszi az a-b vezetékpárban keletkezett Joule-hő felét és a T_0 hőmérsékletű hőtartályból hővezetés útján átáramló hőt is, továbbá a környezetből a rendszerbe áramló q hőt. Szobahőmérsékleten a Thomson-effektus első közelítésben elhanyagolható a többi effektus mellett. Ezzel a hidegpontról időegység alatt kiszivattyúzott hő:

$$Q = Q_P - \frac{1}{2}Q_J - Q_V - q = \underbrace{P_{ab}I}_{\text{Peltier}} - \frac{1}{2}\underbrace{R_{ab}I^2}_{\text{Joule}} - \underbrace{h_{ab}(T_0 - T)}_{\text{Fourier}} - q. \tag{9}$$

Keressük a (9) egyenlet stacionárius megoldásait. Ekkor $Q = 0$. Ha $I = 0$, akkor beáll egy hőmérsékleti egyensúly: $T(I = 0) = T_0 + \frac{q}{h_{ab}}$. Az áram bekapcsolása után 5-15 perccel ismét beáll egy egyensúly:

$$T(I) = \frac{\frac{R_{ab}}{2h_{ab}}I^2 + T(0)}{\frac{S_{ab}}{h_{ab}}I + 1}. \tag{10}$$

A minimális hőmérséklethez tartozó áram értékét a $\frac{dT}{dI} = 0$ feltételből határozhatjuk meg:

$$I_{min} = \frac{h_{ab}}{S_{ab}}\left(\sqrt{1 + \frac{2S_{ab}^2 T(0)}{h_{ab}R_{ab}}} - 1\right). \tag{11}$$

Az ehhez tartozó minimális hőmérséklet:

$$T_{min} = \frac{R_{ab}I_{min}}{S_{ab}}. \tag{12}$$

Vezessük be a

$$z = \frac{S_{ab}}{h_{ab}R_{ab}} \tag{13}$$

mennyiséget, amelyet a Peltier-elem *jósági számának* hívnak. Ezzel átírva a (11), illetve a (12) kifejezéseket:

$$I_{min} = \frac{h_{ab}}{S_{ab}}\left(\sqrt{1 + 2zT(0)} - 1\right), \tag{14}$$

$$T_{min} = \frac{1}{z}\left(\sqrt{1 + 2zT(0)} - 1\right). \tag{15}$$

Utóbbi egyenletből a legnagyobb hőmérsékletkülönbségre kapjuk:

$$T(0) - T_{min} = \frac{z}{2} T_{min}^2, \tag{16}$$

ahonnan z meghatározható.
A Peltier-elemen eső feszültség:

$$U = IR_{ab} + S_{ab}(T_0 - T), \tag{17}$$

amiből a legnagyobb hűtéshez tartozó feszültség kifejezhető:

$$U_{min} = I_{min} R_{ab} + S_{ab}(T_0 - T_{min}) = S_{ab} T_0. \tag{18}$$

2. A mérés

A mérést több elektromosan sorbakötött, hűtés szempontjából pedig párhuzamosan működtetett Peltier-elemen végeztem. Az állandó hőmérsékletű (T_0) hőtartályt egy vízzel hűtött réztömb biztosította. A hűtendő tér is szintén réztömb volt, melynek hőmérsékletét tranzisztor hőmérővel mértem, melyről a hőmérsékletet tizedfok pontossággal tudtam leolvasni.

2.1. Víz- és egyensúlyi hőmérséklet meghatározása

A hűtővizet a mérés kezdete előtt a laborvezetők már megnyitották, így 10-15 perc várakozás után az egyensúly beállt. Az ekkor leolvasott

$$T(I = 0) = (11.9 \pm 0.1)^\circ\mathrm{C} \tag{19}$$

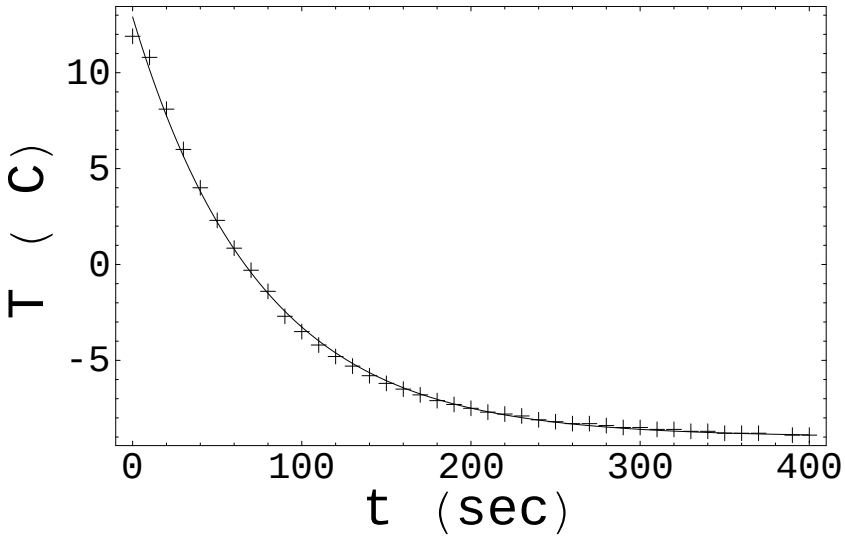
értéket tekintettem a hűtendő tér hőmérsékletének.
A hűtővíz T_0 hőmérsékletének meghatározásához a Peltier-elemet 0 °C alá hűtöttem, majd az elem sarkain fellépő feszültség nullává válásakor leolvastam a hőmérsékletet, melyre a

$$T_0 = (11.0 \pm 0.1)^\circ\mathrm{C} \tag{20}$$

hőmérsékletet kaptam.

t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
0	11.9	110	-4.2	220	-7.8	330	-8.7
10	10.8	120	-4.8	230	-7.9	340	-8.7
20	8.1	130	-5.3	240	-8.1	350	-8.8
30	6.0	140	-5.8	250	-8.2	360	-8.8
40	4.0	150	-6.2	260	-8.3	370	-8.8
50	2.3	160	-6.5	270	-8.4	380	-8.8
60	0.85	170	-6.8	280	-8.5	390	-8.9
70	-0.3	180	-7.1	290	-8.5	400	-8.9
80	-1.0	190	-7.3	300	-8.5	410	-8.9
90	-2.7	200	-7.5	310	-8.6	420	-8.9
100	-3.5	210	-7.7	320	-8.6	430	-9.0

1. táblázat. A rendszer karakterisztikus idejének mérése.



1. ábra. A hűtés időfüggése.

2.2. A hűtés időfüggésének vizsgálata

A rendszer karakterisztikus idejének meghatározásához $I = 2$A-es áramot kapcsoltam a Peltier-elemre és mértem a hőmérséklet-idő függvényt. A mérési adatokat az 1. táblázat tartalmazza. Az exponenciális illesztés eredménye

a 2. ábrán látható. Az illesztett paraméterek:

$$T(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + T_\infty, \tag{21}$$

$$A = (21.9 \pm 0.2)°\mathrm{C}, \tag{22}$$

$$T_\infty = (-9.00 \pm 0.07)°\mathrm{C}, \tag{23}$$

$$\tau = (74.5 \pm 1.2)\mathrm{s}. \tag{24}$$

2.3. A maximális hőmérsékletkülönbség mérése

Különböző áramerősségek mellett mértem a rendszer egyensúlyi hőmérsékletét. Az egyensúlyi értékeket 5 perces beállási idő mellett mértem. A hőmérsékletmérés hibája ±0.1 °C volt. A mérési adatok a 2. táblázatban találhatók. A mérési pontokra az elméleti számításokból adódó (10) függvényt illesztettem és az illesztés paramétereiből kiszámítottam I_{min} illetve T_{min} értékét:

$$T(I) = \frac{aI^2 + b}{cI + 1}, \tag{25}$$

$$a = (1.32 \pm 0.03)\frac{\Omega \cdot \mathrm{K}}{\mathrm{W}}, \tag{26}$$

$$b = (284.5 \pm 0.2)\ \mathrm{K}, \tag{27}$$

$$c = (0.0484 \pm 0.0007)\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{W}}, \tag{28}$$

$$I_{min} = \frac{1}{c}\left(\sqrt{1 + \frac{bc^2}{a}} - 1\right) = (4.7 \pm 0.1)\mathrm{A}, \tag{29}$$

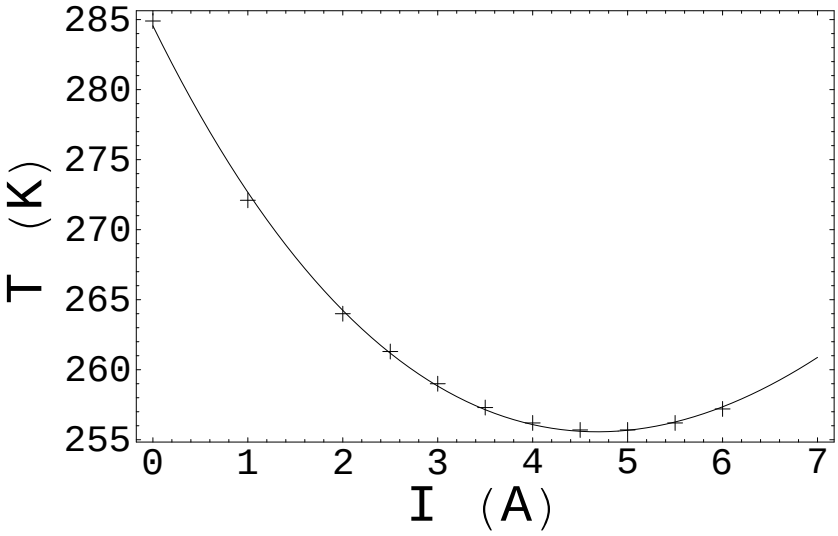
$$T_{min} = \frac{aI_{min}^2 + b}{cI_{min} + 1} = (255.6 \pm 1.4)\mathrm{K}. \tag{30}$$

Minden egyes egyensúlyi hőmérséklet mellett mértem a termoelem kivezetésein mérhető feszültséget is. U_{min} értékének meghatározásakor azonban óvatosan kell eljárnunk. Jól látható a 3. ábrán, hogy a feszültség-áram függés kezdeti szakasza nemlineáris. Ezért akkor járunk el helyesen, ha a már lineáris szakaszra illesztett egyenest eltoljuk az origóba és akkor olvassuk le az I_{min}-hez tartozó feszültségértéket: $U_{min} = 3.04 \pm 0.1\mathrm{V}$. Ezen adatok birtokában már meghatározhatjuk a Seebeck-együtthatót:

$$S_{ab} = \frac{U_{min}}{T_0} = (0.0107 \pm 3 \cdot 10^{-4})\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{K}}, \tag{31}$$

I(A)	T(°C)	U(V)
1	-0.9	1.32
2	-9.0	2.2
2.5	-11.7	2.54
3	-14.0	3.04
3.5	-15.7	3.33
4	-16.8	3.63
4.5	-17.3	3.86
5	-17.4	4.27
5.5	-16.8	4.48
6	-15.8	4.87

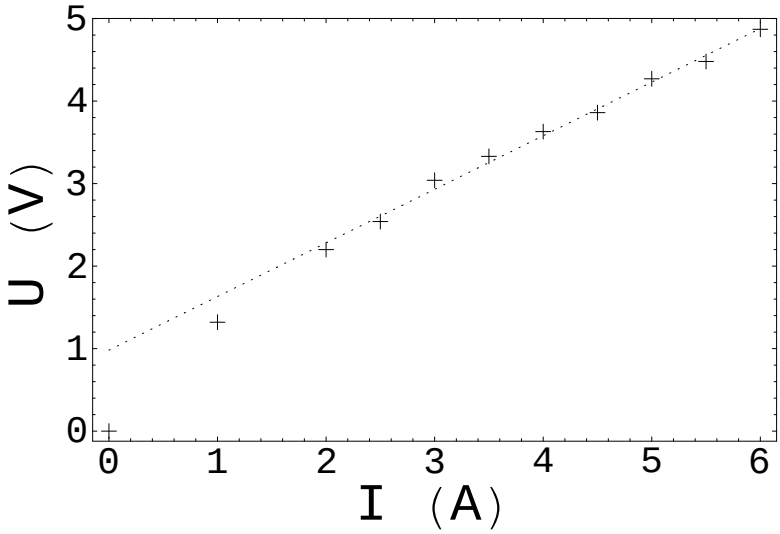
2. táblázat. A hűtött tér egyensúlyi hőmérsékletének mért pontjai.



2. ábra. Az egyensúlyi hőmérséklet az áramerősség függvényében.

2.4. A Seebeck-együttható közvetlen mérése

Ennél a mérésnél lehűtöttem a termoelemet -10°C-ra, majd az áramot kikapcsolva mértem a hidegpont hőmérsékletét (a mért adatokat a 3. táblázat tartalmazza) és az elem kivezetésein fellépő feszültséget. A hőmérsékletmérés hibája ± 0.1°C, a feszültségmérés hibája ± 0.005V volt. A kapott adatokra egyenest illesztettem (4. ábra), melynek meredeksége megadja a Seebeck-



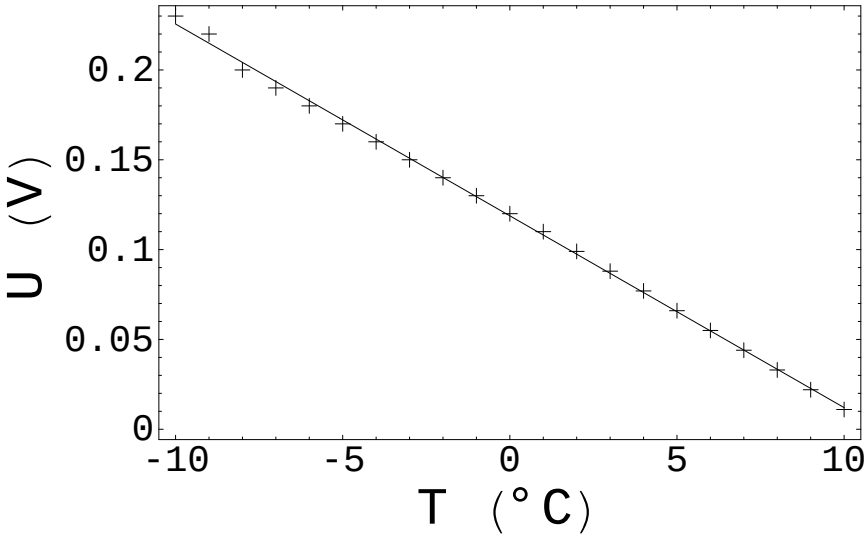
3. ábra. A Peltier-elem sarkain mérhető feszültség a rajta átfolyó áram függvényében. A + a mért értékeket jelenti, a szaggatott vonallal az egyenes szakaszra illesztett egyenes látható, egyenlete: $U = 0.98\mathrm{V} + 0.65 \cdot I\mathrm{V}$.

T(°C)	U(V)	T(°C)	U(V)
-10.0	0.231	1.0	0.10
-9.0	0.220	2.0	0.099
-8.0	0.200	3.0	0.088
-7.0	0.191	4.0	0.077
-6.0	0.182	5.0	0.066
-5.0	0.170	6.0	0.055
-4.0	0.160	7.0	0.044
-3.0	0.150	8.0	0.033
-2.0	0.141	9.0	0.022
-1.0	0.131	10.0	0.011
0.0	0.120		

3. táblázat. A hűtött tér egyensúlyi hőmérsékletének mért pontjai.

együtthatót:

$$S_{ab} = (0.0106 \pm 8.5 \cdot 10^{-5})\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{K}}. \tag{32}$$



4. ábra. A feszültség hőmérsékletfüggése. Az illesztett egyenes egyenlete: U(V)= $(-0.0106 \cdot T + 0.118)$V.

2.5. A többi együttható meghatározása

Az eddigi adatok ismeretében kiszámíthatjuk a Peltier-együtthatót:

$$P_{ab}(T_0) = (3.04 \pm 0.1)\mathrm{V}, \tag{33}$$

a hűtőelem ellenállását:

$$R_{ab} = \frac{T_{min} S_{ab}}{I_{min}} = (0.576 \pm 0.02)\Omega, \tag{34}$$

a hővezetési együtthatót:

$$h_{ab} = \frac{S_{ab}^2}{z R_{ab}} = (0.21 \pm 0.02)\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}}, \tag{35}$$

és végül a Peltier-elem jósági számát:

$$z = \frac{2(T(0) - T_{min})}{T_{min}^2} = (8.9 \pm 0.5) \cdot 10^{-4}\frac{1}{\mathrm{K}}. \tag{36}$$

2.6. A teljesítmény egyenlet tagjainak vizsgálata

Az eddigi adatokat felhasználva kiszámítottam a (9) teljesítmény egyenlet tagjait:

$$Q_P = P_{ab} I_{min} = (14.3 \pm 0.9)\mathrm{W}, \tag{37}$$

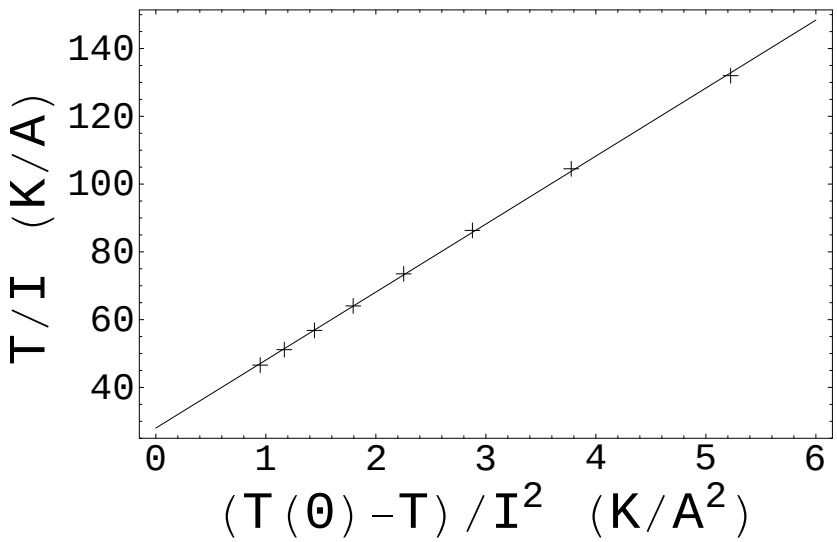
$$Q_J = R_{ab} I^2 = (12.7 \pm 1.2)\mathrm{W}, \tag{38}$$

$$Q_V = h_{ab}(T_0 - T)(6.4 \pm 0.9)\mathrm{W}, \tag{39}$$

$$q = h_{ab}(T(0) - T_0) = 0.1\mathrm{W}. \tag{40}$$

Jól látható, hogy a besugárzott hő értéke egy nagyságrenddel kisebb a többi tagnál, vagyis igen jól sikerült elszigetelni a rendszert.

2.7. A $T(I)$ függvényalak ellenőrzése



5. ábra. A $T(I)$ függvény egyenessé transzformálása. Az egyenes tengelymetszete: $b = 28.00 \pm 0.41\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{A}}$, meredeksége: $20.06 \pm 0.14\mathrm{A}$.

A (10) összefüggés ellenőrzéséhez ábrázoltam $\frac{T}{I}$-t $\frac{T(0)-T}{I^2}$ függvényében. A kapott adatokra egyenest illesztettem, melynek eredménye az 5. ábrán látható. Jól látszik, hogy a mérési pontok illeszkednek az egyenesre, tehát ez alátámasztja a (10) összefüggés teljesülését.