Nehézségi gyorsulás mérése megfordítható ingával

(Mérési jegyzőkönyv)

Hagymási Imre

2007. április 21.
(hétfő délelőtti csoport)

1. A mérés elmélete

A nehézségi gyorsulás mérésének egy klasszikus módja a reverziós inga lengésidejének mérése. Az elméletben megmutatható [1], hogy adott éktávolság található olyan súlyeloszlás, hogy a két ékre a lengésidő megegyezik. Ugyanis ha sikerül ezt az elrendezést beállítanunk, akkor ennek a helyzetnek lengésidejéből g-t meghatározhatjuk:

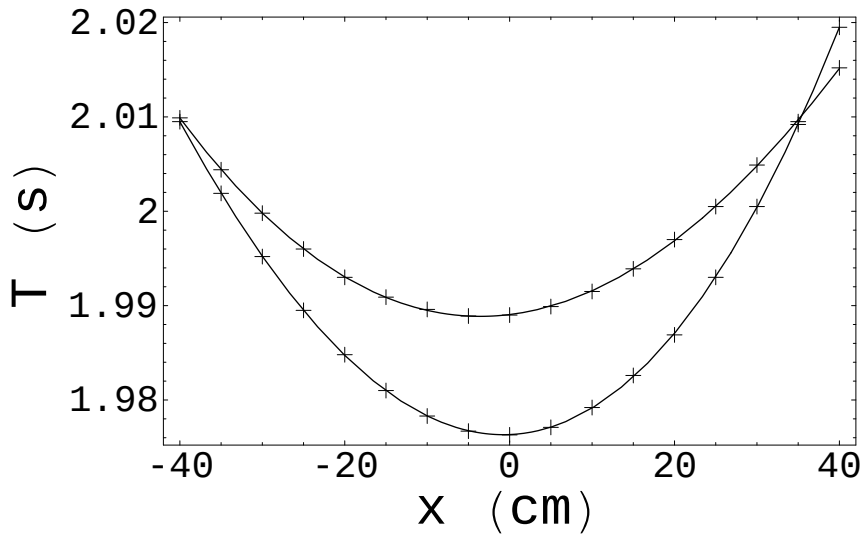
$$g = \frac{4\pi^2 l_e}{T^2}. \tag{1}$$

A mérés során a távolság és az idő pontos mérése szükséges. Ezért az időt egy ezred másodperc pontosságú, fénykapuval vezérelt digitális órával mérjük. A mérésben egy súlyos, több mint 1 m hosszú ingát használtunk. A mérést az ablakhoz közelebbi (rövid) ingával végeztem.

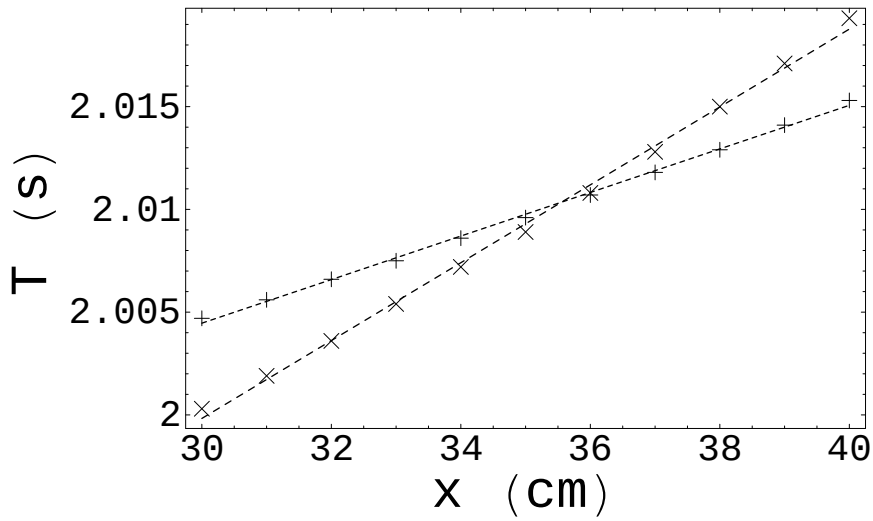
2. A mérés menete és az eredmények kiértékelése

2.1. A periódusidők mérése

A periódusidők mérésének megkezdésekor elvégeztem néhány próbamérést annak eldöntésére, hogy 10 vagy 50 lengés összidejét mérje az elektronika. A tapasztalat azt mutatta, hogy az inga lengésidejében fellépő véletlenszerű ingadozások nagyobbak mint az időmérés felbontása, így nincs értelme még egy tizedesjegy pontossággal mérni.
Ezután mértem az inga lengésidejét a tolósúly helyzetének függvényében, majd az ingát megfordítva végigmértem ugyanezt. A mérési adatokat az 1. táblázat tartalmazza és ezek láthatók az 1. ábrán is.
Az 1. ábrán jól látható, hogy pozitív tolósúlyértékeknél van az eset, amikor a két görbe meredekebben metszi egymást. Mivel ebben az esetben kisebb a metszéspont hibája, ezért ebben a környezetben vettem fel több mérési pontot. Ezek az adatok láthatók a 2. táblázatban és a 2. ábrán. A reprodukciós mérések alapján 10 lengésidőnek az indításból és egyéb változó körülményekből (pl. az ék helyzete az alátámasztáson) adódó hibája ± 0.003 s. Hibának a legnagyob és legkisebb különbségét vettük, ezért a hiba felső becslésnek tekinthető. A metszéspont kis környezetében a görbület elhanyagolható, az egyes mérési sorozatok pontjaira jó közelítéssel egyenes illeszthető. Ez jól látszik a 2. ábrán, aminek segítségével, Graphert használva meghatározható



1. ábra. A periódusidők a tolósúly helyzetének függvényében (két ék esetén).



2. ábra. A periódusidők a tolósúly helyzetének függvényében. Az ábrán a pozitív oldalon levő metszéspont környezete látható.

a közös lengésidő:

$$T = (2.0105 \pm 0.0003)\text{s}. \tag{2}$$

x (cm)	$10T_1$ (s)	$10T_2$ (s)
40	20.152	20.195
35	20.095	20.092
30	20.049	20.005
25	20.005	19.930
20	19.970	19.869
15	19.939	19.826
10	19.915	19.792
5	19.899	19.771
0	19.890	19.763
-5	19.889	19.767
-10	19.896	19.783
-15	19.909	19.810
-20	19.930	19.848
-25	19.960	19.895
-30	19.998	19.952
-35	20.044	20.019
-40	20.099	20.095

1. táblázat. Az inga lengésideje a tolósúly helyzetének függvényében.

x (cm)	$10T_1$ (s)	$10T_2$ (s)
30	20.047	20.003
31	20.056	20.019
32	20.066	20.036
33	20.075	20.054
34	20.086	20.072
35	20.096	20.089
36	20.107	20.108
37	20.118	20.128
38	20.129	20.150
39	20.141	20.171
40	20.153	20.193

2. táblázat. Az inga lengésideje a metszéspontok környezetében.

2.2. A nehézségi gyorsulás meghatározása

A nehézségi gyorsulást az (1) összefüggés segítségével számolhatjuk ki:

$$g = \frac{4\pi^2 l_e}{T^2} = (\mathbf{9.798 \pm 0.004})\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}, \tag{3}$$

ahol $l_e = (1003.3 \pm 0.2)$ mm az inga éktávolsága.

3. Korrekciós tagok

Az alábbiakban megvizsgáljuk, hogy milyen szisztematikus hibák lépnek fel a mérés során.

3.1. Lengésidő

Mint az ismeretes [1], a fizikai inga lengésidejének jólismert képlete csak kis kitérések esetén igaz. A lengésidő pontos képlete α szögű kitérés esetén az alábbi sorral adható meg:

$$T = 2\pi\frac{l_e}{g}\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{2} + \frac{9}{64}\sin^4\frac{\alpha}{2} + \frac{25}{256}\sin^6\frac{\alpha}{2} + \dots\right). \tag{4}$$

Méréseim során ~ 5 cm-re térítettem ki az ingát, ez kb. 2.5° szögkitérésnek felel meg, ez pedig g értékében

$$\Delta g_{\mathrm{korr}} = 0.002\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \tag{5}$$

korrekciót okoz.

3.2. Felhajtóerőből származó korrekció

[1] szerint az ingára ható felhajtóerőt az alábbi korrekcióval kell figyelembe venni:

$$\Delta T_{\mathrm{korr}} = 0.8\frac{\varrho_{\mathrm{lev}}}{\varrho_{\mathrm{inga}}}T. \tag{6}$$

A $\varrho = 1.259\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ és $\varrho = 8500\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ értékekkel számolva:

$$\Delta T_{\mathrm{korr}} = 2.4 \cdot 10^{-4}\mathrm{s}. \tag{7}$$

Ez g értékében

$$\Delta g_{\text{korr}} = 0.002 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \tag{8}$$

korrekciót okoz.
Összességében jól látható, hogy a korrekciók által okozott eltérés pont akkora mint a mérésünk pontatlansága.

3.3. A centrifugális gyorsulás hatása

A Föld forgása miatt nem tisztán a Föld tömegének gravitációs terét észleljük, hanem a forgás miatt fellépő centrifugális gyorsulással kompenzált effektív gyorsulást érzünk. Utóbbi által okozott változás:

$$\Delta g = \Omega^2 R \cos^2 \varphi, \tag{9}$$

ahol $R = 6370$ km, a Föld sugara; $\Omega = \frac{2\pi}{1 \text{ nap}}$, a Föld forgási sebessége; $\varphi = 47°$, a szélességi körön levő helyünk. Ezekkel az adatokkal számolva

$$\Delta g = 0.016 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \tag{10}$$

amely jóval nagyobb az előző korrekciókhoz képest.

4. A súlypont mérése

A rendelkezésre álló ék segítségével megmértem súlypont s helyzetét különböző x tolósúlyhelyzetekben. A mérési adatok a 3. táblázatban láthatók. Az adatokra illesztett egyenes a 3. ábrán látható. A pontokra illesztett egyenes meredeksége és tengelymetszete rendre A pontokra illesztett egyenes meredeksége és tengelymetszete rendre:

$$m = 0.0977 \pm 0.0005, \;\; b = 11.38 \pm 0.01. \tag{11}$$

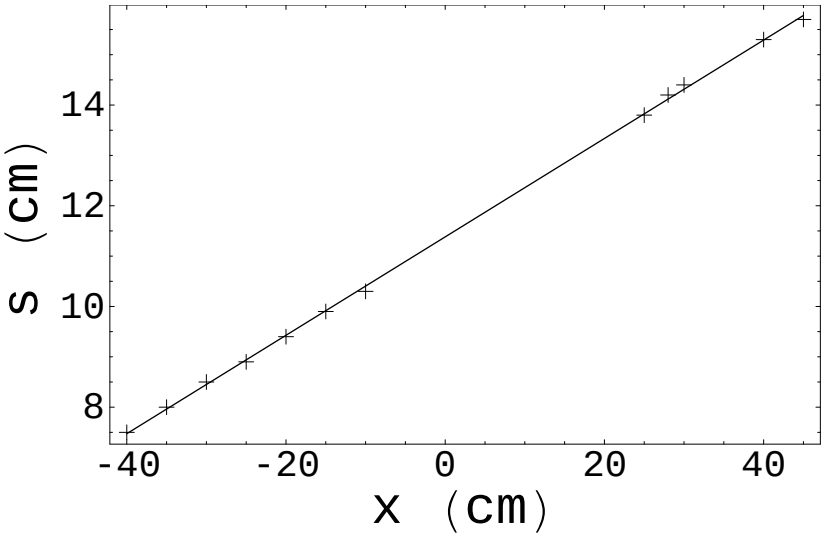
Az elméleti leírásból az is kiderül, hogy a megfordítható ingának akkor is egybeesik a két ékre vett lengési ideje, ha a súlypontja pontosan a két ék közötti felezőpontban, azaz a 0-ban van. Az egyenesillesztés paramétereiből meghatározható a tolósúlynak az a helyzete, amelynél ez bekövetkezne:

$$x_{\text{triviális}} = -\frac{s_0}{s_1} = -(116.4 \pm 0.7)\text{cm}. \tag{12}$$

Ez azt is igazolja, hogy a másik két helyzet, amelynél $T_1 = T_2$, azok nem a triviális megoldások.

x (cm)	s (cm)	x (cm)	s (cm)
-40	7.5	25	13.8
-35	8.0	28	14.2
-30	8.5	30	14.4
-25	8.9	33	14.6
-20	9.4	35	14.7
-15	9.9	40	15.3
-10	10.3	45	15.7

3. táblázat. A súlypont helyzete különböző tolósúlyértékeknél.



3. ábra. A súlypont helyzete a tolósúly helyzetének függvényében.

Hivatkozások

[1] Havancsák Károly: *Mérések a klasszikus fizika laboratóriumban*, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2003.