JEGYZŐKÖNYV

07. Mérés - Mágneses szuszceptibilitás mérése

Klasszikus Fizika Laboratórium

- Mérést végezte: Rábóczki Bence
- Mérést végző Neptun-azonosítója: NQQDTE

- Mérés időpontja: 2020. október 16.
- Jegyzőkönyv leadásának időpontja: 2020. december 04.

Fehasznált mérőeszközök

- "2"-es számú mérőtekercs
- "1"-es számú minta
- "3"-as számú minta
- Plexi minta
- Desztillált víz
- Hall-szonda
- Voltmérő
- Analitikai mérleg
- Fluxusmérő

A mérés célja

Az anyagokat mágneses térbe helyezve dipolmomentum ($\mathbf{m}$) alakul ki bennük. Első közelítésben ennek egységnyi térfogatra (V) eső része arányos a mágneses térerősséggel ($\mathbf{H}$):

$$\kappa\mu_0\mathbf{H} = \frac{\mathbf{m}}{V} = \mathbf{M}$$

(κ: mágneses szuszceptibilitás, μ_0: vákuum mágneses permeabilitása,
$\mathbf{M}$: mágnesezettség)
A célunk a κ dimenziótlan együttható meghatározása különböző mintákra.

A mérés elméleti háttere

A $\mathbf{B}$ mágneses indukció és a $\mathbf{H}$ közötti összefüggéssel definiálható a μ relatív permeabilitás. A következő összefüggésekre jutunk ebből kiiundulva:

$$\mathbf{B} = \mu\mu_0\mathbf{H}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H} + \mathbf{M}$$

$$\mu = 1 + \kappa$$

Innen látszik, hogy μ is egy dimenziótlan mennyiség. Az anyagokat a mágneses szuszceptibilitásuk alapján három csoportba sorolhatjuk:

- *Paramágneses*: κ egy kicsi, pozitív szám, valamint $\mathbf{M}$ és $\mathbf{H}$ megegyező irányúak
- *Diamágneses*: κ egy kicsi, negatív szám, valamint $\mathbf{M}$ és $\mathbf{H}$ ellentétes irányúak
- *Ferromágneses*: κ éréke nagy és pozitív, valamint függ $\mathbf{H}$-tól

A mérés menete

A kis szuszceptibilitások mérésére két elterjedt módszer van: a Faraday- és a Gouy-módszer. Az egyetemi laboratóriumban mi az utóbbival dolgozunk. A mintát inhomogén térbe helyezzük, a mágneses indukció nagyságát pedig Hall-szondával mérjük, a rá ható erőt pedig analitikai mérleggel határozzuk meg. A mintát úgy helyezzük be a térbe, hogy az egyik vége x_1 helyen $H_y(x_1)$ erősségű térben legyen, a másik pedig x_0 helyen, közel nulla $H_y(x_0)$ térben. Ilyenkor a rá ható erőre az alábbi egyenlet igaz:

$$F = \frac{(\kappa - \kappa_0)A\mu_0 H_y^2}{2} = \frac{(\kappa - \kappa_0)AB_y^2}{2}$$

ahol κ_0 a levegő szuszceptibilitása (értéke $3.77 \cdot 10^{-7}$), A a minta keresztmetszete, B_y az y irányú mágneses indukció. Ha ábrázoljuk az erőt a mágneses indukció függvényében, akkor arra egyenes illeszthető, melynek meredekségéből, valamint a keresztmetszetből számítható a szuszceptibilitás.
Az előállított térerősséget Hall-szondával mérjük, amit a minták vizsgálata előtt hitelesíteni kell. A Hall-effektusra ismert az alábbi összefüggés:

$$U_H = \frac{R_H}{d} I_H B$$

(R_H: Hall-állandó, d: félvezető sapka vastagsága, I_H: Hall-áram)
A hitelesítéskor megadjuk az $U_H(B)$ függvényt, amiből már következtethetünk a mágneses indukcióra. A mérés során fontos, hogy állandó áramerősséggel dolgozzunk. A hitelesítés során az n menetszámú, $\overline{F}$ átlagos menetfelületű mérőtekercset a a mágneses térbe helyezzük úgy. hogy a felülete merőleges legyen az erővonalakra, majd kihúzzuk olyan távolságra, ahol a térerősség 0-nak tekinthető. Ilyenkor a fluxus folyamatosan változik és $U = \frac{d\Phi}{dt}$ feszültséget indukál. A mozdulat idejére integrálva megkapjuk a teljes fluxusváltozást. Ezt a fluxusmérő végzi el nekünk. Így már meghatározhatjuk a mágneses indukciót:

$$B = \frac{\Delta\Phi}{n\overline{F}}$$

Mindezeket felhasználva megállapíthatjuk, hogyha F-et felrajzoljuk B^2 függvényében, akkor az adatokra egyenest illeszthetünk, aminek az m meredekségével már kifejezhető a keresett mágneses szuszceptibilitás:

$$\kappa = \kappa_0 + \frac{2\mu_0 m}{A}$$

Mérési adatok és kiértékelés

A Hall-szonda hitelesítése

A 2-es számú mérőtekercset használtam a mérés során, aminek az adatait a kurzushoz tartózó tankönyvől vettem:

- a menetszám: $n = 194$
- a menet külső sugara: $r_k = 4.8 \pm 0.05$ mm
- a menet belső sugara: $r_b = 3.15 \pm 0.05$ mm

Belőlük az átlagos menetfelület:

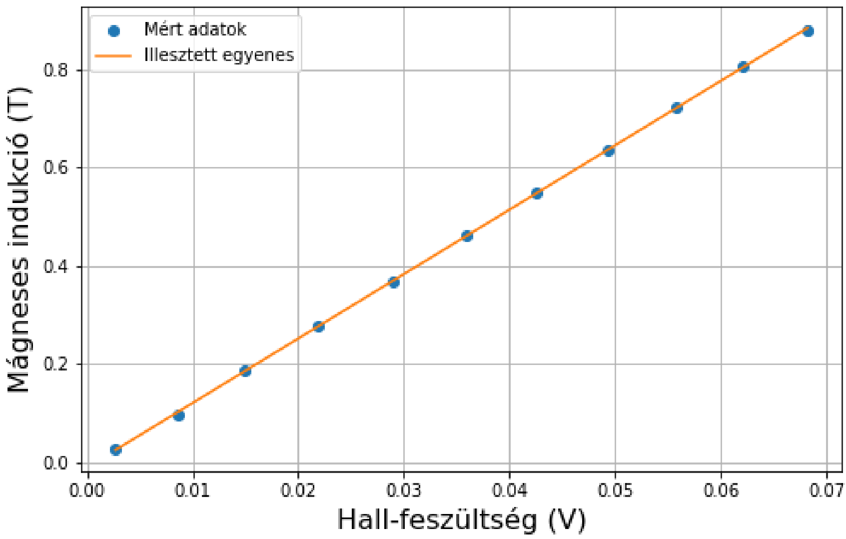
$$\overline{F} = \frac{\pi}{3}(r_k^2 + r_k r_b + r_b^2) = 50.35 \pm 0.25 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^2$$

A kalibrálás során kapott és B-re számolt értékeim:

I [A]	$\Delta\Phi$ [mV$\cdot$ s]	U [mV]	B [mT]
0.0	0.27	2.7	27.64 $\pm$ 0.0011
0.5	0.96	8.6	98.28 $\pm$ 0.0015
1.0	1.82	14.9	186.32 $\pm$ 0.0011
1.5	2.71	21.9	277.44 $\pm$ 0.0024
2.0	3.61	29.0	369.58 $\pm$ 0.0020
2.5	4.51	35.9	461.72 $\pm$ 0.0033
3.0	5.38	42.6	550.78 $\pm$ 0.0037
3.5	6.23	49.3	637.80 $\pm$ 0.0042
4.0	7.07	55.7	723.80 $\pm$ 0.0046
4.5	7.89	62.1	807.75 $\pm$ 0.0050
5.0	8.58	68.2	878.38 $\pm$ 0.0054

Az adatokra egyenest illesztettem az alábba egyenlet alapján:

$$B = a \cdot U_{Hall} + b$$



Az illesztés paraméterei a következők lettek: $a = 13.119 \pm 0.045$ T/V és $b = -0.0099 \pm 0.0019$ T:. Ebből

$$B = 13.119 \cdot U_{Hall} - 0.0099$$

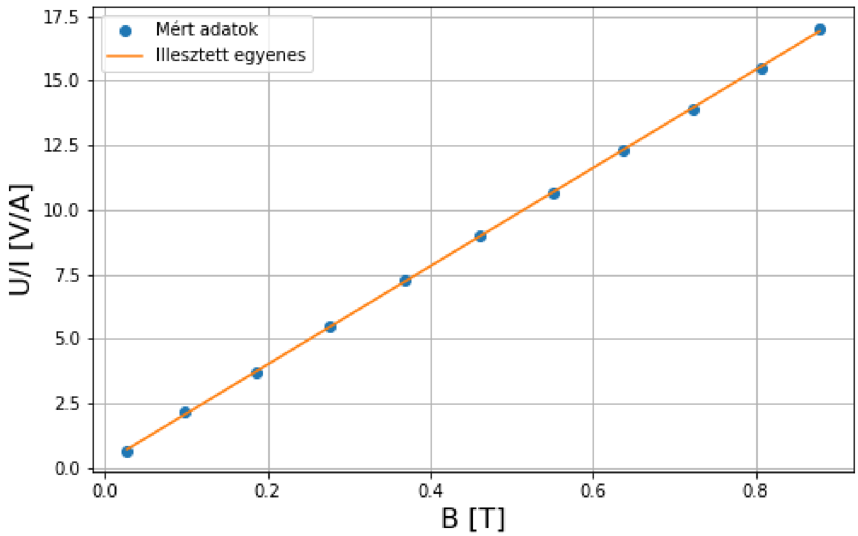
A szonda fontos paramétere a $H = \frac{R_H}{d}$ Hall-állandó, mely a kövezkezőképpen határozható meg:

$$U_H = \frac{R_H}{d} I_H \cdot B$$

$$\frac{U_H}{I_H} = H \cdot B$$

Ahol $I_H = 0.004$ A a mérés teljes ideje alatt.

Innen látszik, hogy egy újabb egyenes illesztésével meghatározható H:



Az illesztés paraméterei alapján:

$$H = 19.054 \pm 0.007 \ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{T}}$$

Mágneses térerősség bizonytalansága

B hibáit az alábbi képlet alapján határoztam meg:

$$\frac{\Delta B}{B} = \frac{\Delta \Phi}{\Phi} + \frac{\Delta \overline{F}}{\overline{F}}$$

ahol $\Delta\Phi = 0.01 \text{ mV} \cdot \text{s}$ és $\Delta\overline{F} = 0.25 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$.

"3"-as számú minta szuszceptibilitása

A mérést azzal kezdtem, hogy megmértem a minta geometriai adatait:

átmérők [mm]					
	7.98	7.99	7.98	7.98	7.98
	7.99	7.99	7.98	7.99	7.99
átmérők átlaga [mm]	7.985 ±0.005				
hosszúság [mm]	180 ±0.5				

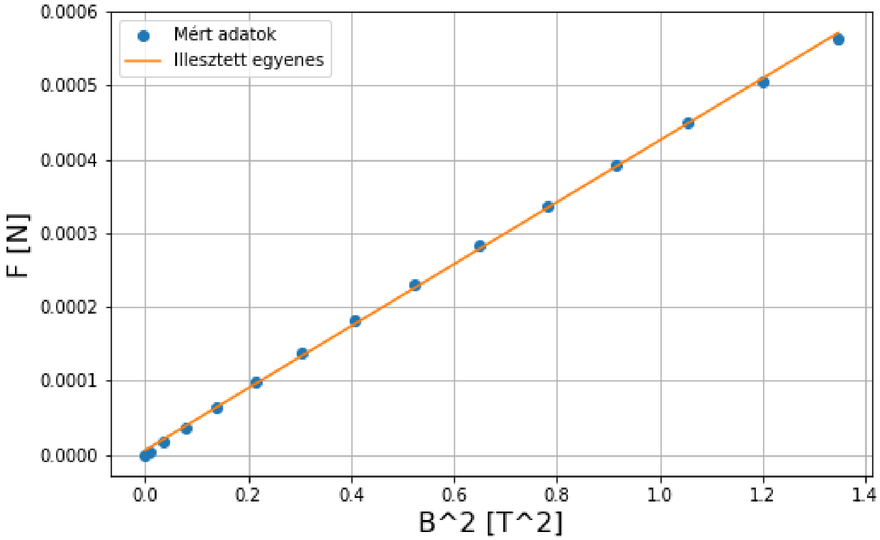
A minta keresztmetszete ebből:

$$A = \left(\frac{\overline{d}}{2}\right)^2 \cdot \pi = (50.077 \pm 0.63) \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^2$$

A nehézségi gyorsulás értékét $g = 9.81\frac{m}{s^2}$-nek vettem, amivel $F = \Delta m \cdot g$ értékét kiszámolhattam, B-t pedig a kalibrálás során kiszámolt $B = 13.119 \cdot U_{Hall} - 0.0099$ képletbe helyettesítve kaphattam meg. A mérési és számolt eredményeket a következő táblázatba rögzítettem:

I [A]	Δm [mg]	U_H [mV]	B [T]	B^2 [T^2]	F [N]
0.0	0.00	2.80	0.0268	0.0007	0.0000000
0.5	0.50	8.60	0.1029	0.0106	0.0000049
1.0	1.70	14.9	0.1856	0.0344	0.0000167
1.5	3.70	21.9	0.2774	0.0770	0.0000363
2.0	6.50	29.0	0.3706	0.1373	0.0000638
2.5	10.0	36.0	0.4624	0.2138	0.0000981
3.0	14.1	42.8	0.5516	0.3043	0.0001383
3.5	18.6	49.4	0.6382	0.4073	0.0001825
4.0	23.5	55.9	0.7235	0.5235	0.0002305
4.5	28.8	62.1	0.8048	0.6477	0.0002825
5.0	34.3	68.2	0.8848	0.7829	0.0003365
5.5	40.0	73.6	0.9557	0.9134	0.0003924
6.0	45.8	79.0	1.0265	1.0537	0.0004493
6.5	51.6	84.3	1.0960	1.2012	0.0005062
7.0	57.5	89.2	1.1603	1.3463	0.0005641

Ezekből az $F(B^2)$ függvény ábrázolásával az adatpárokra illesztett egyenes meredekségéből már meghatározhatom a másneses szuszceptibilitást:



$$m = 4.1994 \pm 0.026 \cdot 10^{-4}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{T}^2}$$

$$\kappa = \kappa_0 + \frac{2\mu_0 m}{A} = (2.105 \pm 0.016) \cdot 10^{-5}$$

"1"-es számú minta szuszceptibilitása

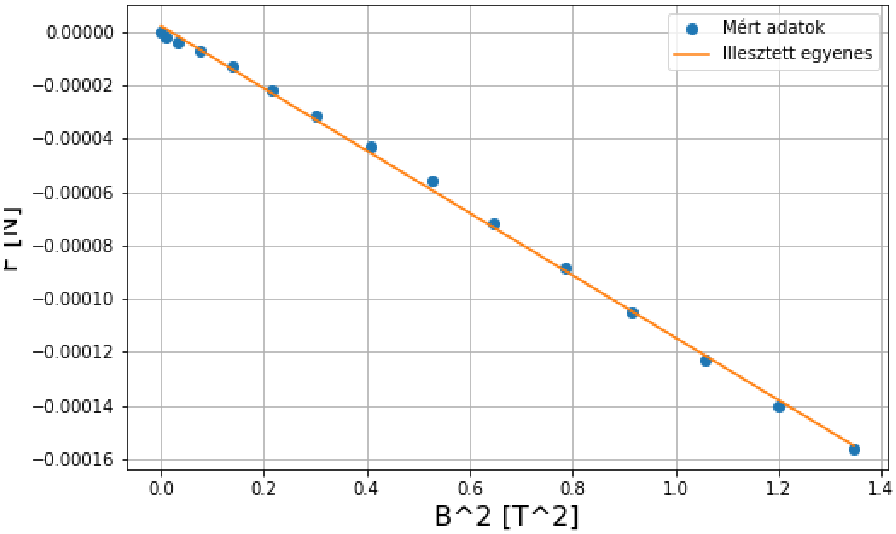
A minta lemért geometriai adatai:

átmérők [mm]	6.90	6.90	6.94	6.96	6.96
	6.92	6.94	6.92	6.93	6.95
átmérők átlaga [mm]	6.932 ±0.032				
hosszúság [mm]	175 ±0.5				

A mintához tartozó eredménytáblázat:

I [A]	Δm [mg]	U_H [mV]	B [T]	B^2 [T^2]	F [N]
0.0	0.0	2.70	0.0255	0.0007	-0.0000000
0.5	-0.2	8.50	0.1016	0.0103	-0.0000020
1.0	-0.4	14.7	0.1829	0.0345	-0.0000039
1.5	-0.7	21.7	0.2748	0.0755	-0.0000069
2.0	-1.3	29.0	0.3706	0.1373	-0.0000125
2.5	-2.2	36.0	0.4624	0.2138	-0.0000216
3.0	-3.2	42.7	0.5503	0.3028	-0.0000314
3.5	-4.4	49.4	0.6382	0.4073	-0.0000432
4.0	-5.7	56.0	0.7248	0.5235	-0.0000559
4.5	-7.3	62.1	0.8048	0.6477	-0.0000716
5.0	-9.0	68.3	0.8861	0.7852	-0.0000883
5.5	-10.7	73.7	0.9570	0.9158	-0.0001050
6.0	-12.5	79.2	1.0291	1.0590	-0.0001226
6.5	-14.3	84.3	1.0960	1.2013	-0.0001403
7.0	-15.9	89.2	1.1603	1.3463	-0.0001560

Az illesztett egyenes:



Ezekből az eredményeim:

$$A = (37.740 \pm 0.348) \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^2$$

$$m = -0.0001167 \pm 0.0000012\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{T}^2}$$

$$\kappa = (3.7699 \pm 0.0735)\ \cdot 10^{-7}$$

A számításaimat ugyanazokkal a módszerekkel végeztem mint a hármas minta esetében.

Plexi minta szuszceptibilitása

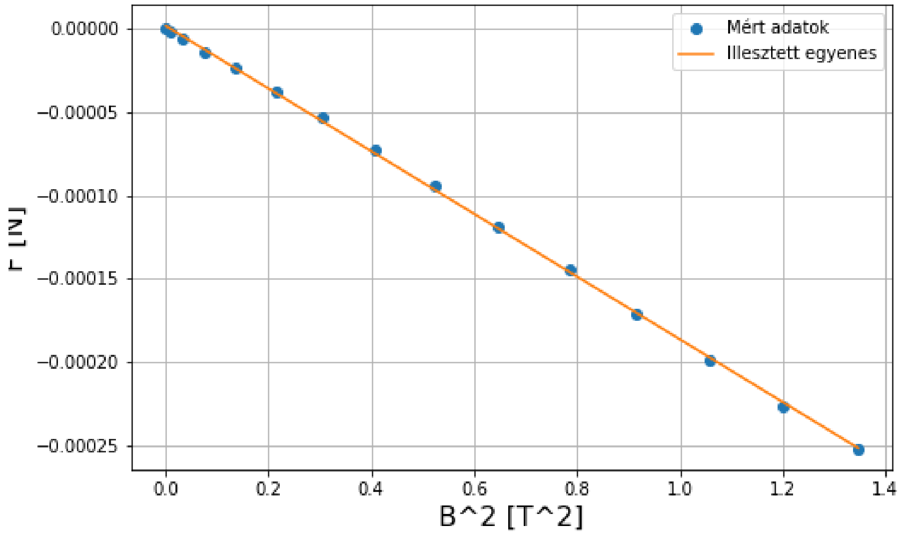
A minta lemért geometriai adatai:

átmérők [mm]	7.96	7.95	7.94	7.95	7.96
	7.97	7.98	7.96	7.97	7.95
átmérők átlaga [mm]	7.959 ±0.021				
hosszúság [mm]	180 ±0.5				

Az eredménytáblázat:

I [A]	Δm [mg]	U_H [mV]	B [T]	B^2 [T^2]	F [N]
0.0	0.0	2.80	0.0268	0.0007	0.0000000
0.5	-0.2	8.60	0.1029	0.0106	-0.0000020
1.0	-0.6	14.9	0.1856	0.0344	-0.0000059
1.5	-1.4	21.8	0.2761	0.0762	-0.0000137
2.0	-2.4	29.0	0.3706	0.1373	-0.0000235
2.5	-3.8	36.0	0.4624	0.2138	-0.0000373
3.0	-5.4	42.8	0.5516	0.3043	-0.0000530
3.5	-7.4	49.4	0.6382	0.4073	-0.0000726
4.0	-9.6	56.0	0.7248	0.5253	-0.0000942
4.5	-12.1	62.1	0.8048	0.6477	-0.0001187
5.0	-14.7	68.3	0.8861	0.7852	-0.0001442
5.5	-17.5	73.7	0.9570	0.9158	-0.0001717
6.0	-20.3	79.2	1.0291	1.0591	-0.0001991
6.5	-23.1	84.3	1.0960	1.2013	-0.0002266
7.0	-25.7	89.2	1.1603	1.3463	-0.0002521

Az illesztett egyenes:



Ezekből az eredményeim:

$$A = (49.752 \pm 0.263) \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^2$$

$$m = -0.0001886 \pm 0.0000011\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{T}^2}$$

$$\kappa = (-9.1503 \pm 0.0102)\ \cdot 10^{-6}$$

A számításaimat ugyanazokkal a módszerekkel végeztem mint a többi minta esetében.

Desztillált víz mágneses szuszceptibilitása

A víz κ-jának meghatározásához egy üreges műanyag hengerre volt szükségem. Először a szokásos módon megvizsgáltam az üreges minta szuszceptibilitását, majd feltöltöttem vízzel és elvégeztem ugyanazokat a méréseket. Így az alábbi összefüggéssel határozhatom meg a keresett értéket:

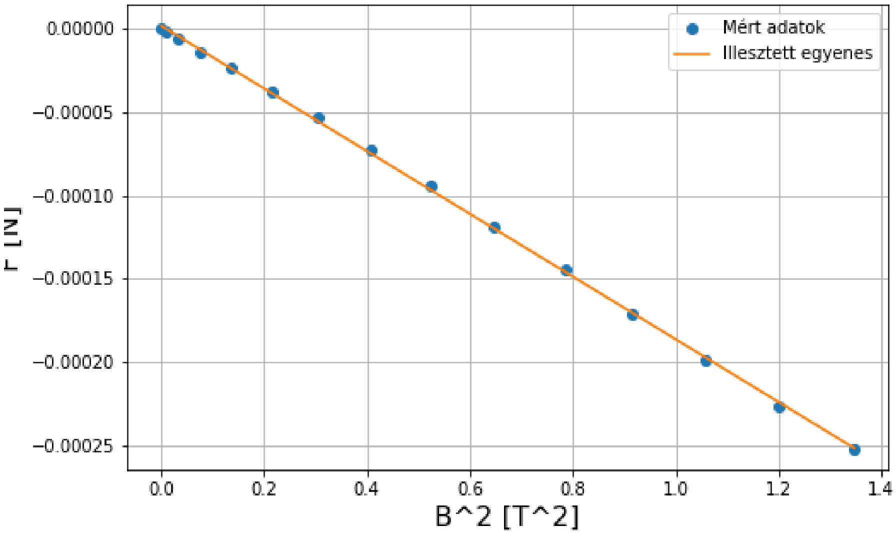
$$\kappa_{viz} = \kappa_0 + \frac{2\mu_0 \cdot (m_{viz+henger} - m_{henger})}{A_{viz}}$$

Üres henger szuszceptibilitása

Az eredménytáblázat:

I [A]	Δm [mg]	U_H [mV]	B [T]	B^2 [T^2]	F [N]
0.0	0.0	2.70	0.0268	0.0007	-0.0000000
0.5	-0.1	8.50	0.1029	0.0106	-0.0000010
1.0	-0.5	14.9	0.1856	0.0344	-0.0000049
1.5	-0.9	21.9	0.2760	0.0762	-0.0000088
2.0	-1.7	29.0	0.3706	0.1373	-0.0000167
2.5	-2.7	37.1	0.4624	0.2138	-0.0000265
3.0	-4.0	42.7	0.5516	0.3043	-0.0000392
3.5	-5.4	49.5	0.6382	0.4073	-0.0000530
4.0	-7.1	56.0	0.7248	0.5253	-0.0000695
4.5	-9.0	62.3	0.8048	0.6477	-0.0000883
5.0	-11.1	68.4	0.8861	0.7852	-0.0001089
5.5	-13.2	73.9	0.9570	0.9158	-0.0001295
6.0	-15.4	79.2	1.0291	1.0591	-0.0001511
6.5	-17.6	84.3	1.0960	1.2013	-0.0001727
7.0	-19.5	89.2	1.1603	1.3463	-0.0001913

Az illesztett egyenes:



Belőle a meredekség:

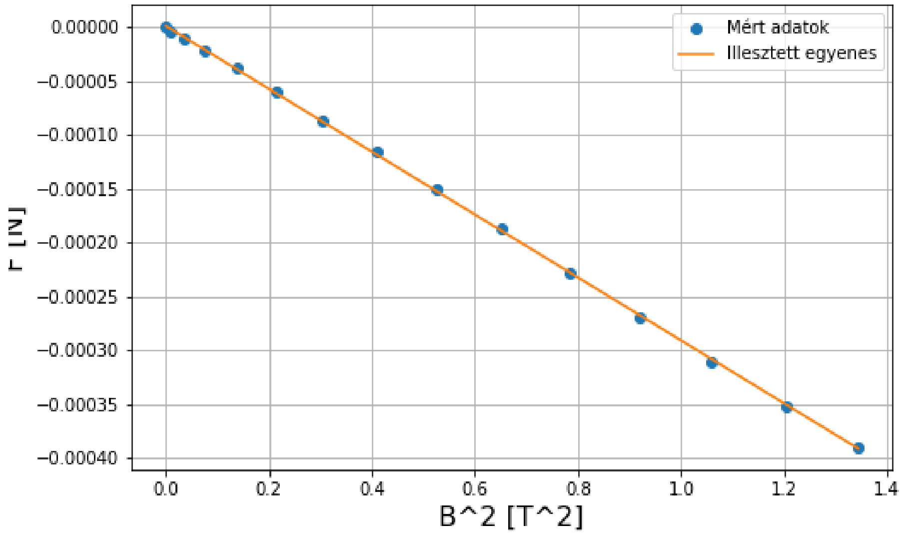
$$m_{henger} = (-1.88586 \pm 0.01074) \cdot 10^{-4}$$

Vízzel töltött henger szuszceptibilitása

Az eredménytáblázat:

I [A]	Δm [mg]	U_H [mV]	B [T]	B^2 [T^2]	F [N]
0.0	0.0	2.70	0.0255	0.0007	-0.0000000
0.5	-0.4	8.50	0.1016	0.0103	-0.0000039
1.0	-1.1	14.9	0.1856	0.0344	-0.0000108
1.5	-2.3	21.9	0.2774	0.0770	-0.0000226
2.0	-3.9	29.1	0.3719	0.1383	-0.0000383
2.5	-6.1	36.0	0.4624	0.2138	-0.0000598
3.0	-8.8	42.8	0.5516	0.3043	-0.0000863
3.5	-11.8	49.5	0.6394	0.4089	-0.0001158
4.0	-15.3	56.0	0.7248	0.5253	-0.0001501
4.5	-19.1	62.3	0.8074	0.6519	-0.0001874
5.0	-23.2	68.3	0.8861	0.7852	-0.0002276
5.5	-27.4	73.9	0.9596	0.9208	-0.0002688
6.0	-31.6	79.2	1.0291	1.0591	-0.0003100
6.5	-35.8	84.4	1.0973	1.2014	-0.0003512
7.0	-39.8	89.1	1.1590	1.3433	-0.0003904

Az illesztett egyenes:



Belőle a meredekség:

$$m_{viz+henger} = (-2.91785 \pm 0.00956) \cdot 10^{-4}$$

Víz szuszceptibilitása

A vízoszlop átmérője $d = 7.00 \pm 0.01 \text{mm}^2$ volt, melyből:

$$A_{viz} = (38.4845 \pm 0.1100) \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

És a végeredmény:

$$\kappa_{viz} = (-4.83621 \pm 0.028300) \cdot 10^{-6}$$

Hibaszámítás

A meredekség hibáját az illesztőprogram adta meg, a többit pedig az alábbi képletekkel számoltam:

$$\frac{\Delta A}{A} = 2 \cdot \frac{\Delta d/2}{d/2}$$

$$\frac{\Delta \kappa}{\kappa} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta A}{A}$$

$$\frac{\Delta \kappa_{viz}}{\kappa_{viz}} = \frac{\sqrt{(\Delta m_h)^2 + (\Delta m_{v+h})^2}}{m_h + m_{v+h}} + \frac{\Delta A}{A}$$

Diszkusszió

A kapott értékek összefoglalva:

- $\kappa_3 = (2.105 \pm 0.016) \cdot 10^{-5} \Longrightarrow$ paramágneses, valószínűleg réz
- $\kappa_1 = (3.7699 \pm 0.0735) \cdot 10^{-7} \Longrightarrow$ paramágneses, valószínűleg alumínium
- $\kappa_{plexi} = (-9.1503 \pm 0.0102) \cdot 10^{-6} \Longrightarrow$ diamágneses
- $\kappa_{viz} = (-4.83621 \pm 0.028300) \cdot 10^{-6} \Longrightarrow$ diamágneses

A méréseim nagyságrendileg pontosak, hiszen a szuszceptibilitások irodalmi értékei hasonlóak. Az eltéréseket okozhatják a műszerek leolvasási bizonytalanságai és a számításaim esetleges pontatlanságai.

Felhasznált irodalom

- Böhönyey - Havancsák - Huhn: Mérések a klasszikus fizika laboratóriumban, szerkesztette: Havancsák Károly, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2003.