JEGYZŐKÖNYV

01. Mérés - Nehézségi gyorsulás mérése

Klasszikus Fizika Laboratórium

- Jegyzőkönyvet írta: Rábóczki Bence
- Jegyzőkönyvet író Neptun-azonosítója: NQQDTE

- Jegyzőkönyv leadásának időpontja: 2020. január 07.

A mérés célja és menete

A célünk a nehézségi gyorsulás meghatározása megfordítható inga segítségével. Megmérjük az inga periódusidejét a tolósúly helyzetének függvényében, majd ábrázoljuk a tolósúlyhelyzet-idő görbéket és a két metszéspont közül a meredekebb körül részletesebb méréseket is végzünk. A reprodukálhatóság mérésével vizsgáljuk még a lengésidő hibáját. Ezeken kívül meghatározzuk a szögkorrekciót valamint a hidrosztatikai és hidrodinamikai korrekciókat, vegül pedig az inga súlypontjának helyét.

Fehasznált mérőeszközök

- Megfordítható inga (éktávolság: $l = 1.0011 \pm 0.0002$ m)
- Tolósúly
- Fotodetektor
- Elektromos óra
- Súlypontmérő ék

A mérés elmélete

Az inga két ékének távolságát jelöljük l-el. A két ék között mozgatható m tolósuly segítségével mozgatható az inga súlypontja. Így már ábrázolhatjuk a periódusidőt a tolósúly helyzetének függvényében. A két görbe kettő pontban metszi egymást, a metszéspontokban pedig igaz a következő összefüggés:

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} l$$

A közelítés csak kis kitérések esetén megfelelő, nagyobb α szögű kitérések esetén a következő szögkorrekciót kell alkalmaznunk:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left[1 + \frac{1}{4}\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{9}{64}\sin^4\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{25}{256}\sin^6\left(\frac{\alpha}{2}\right) + ...\right]}$$

Továbbá figyelembe kell vennünk, hogy a levegő felhajtóereje is hat az ingára (hidrosztatikai korrekció), valamint, hogy az ingához tapadó és vele együtt mozgó levegő befolyásolja a tehetetlenségi nyomatékát (hidrodinamikai korrekció). Belőlük fakadóan a mért lengésidőt csökkentenünk kell az alábbi értékkel:

$$\Delta T_{korr} = 0.8 \frac{\varrho_{levego}}{\varrho_{inga}} \cdot T$$

ahol $\varrho_{levego} = 1.259 \ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ és $\varrho_{inga} = 8500 \ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.
A tolósúlyok változtatásával meghállapítható, hogy mikor esne a súlypont (S) a két ék közötti távolság felezőpontjába. Ez lenne a $T(x)$ görbék triviális metszéspontja.

$$x_{triv} = -\frac{b}{m}$$

ahol b a magassága, m pedig a meredeksége az $S(x)$ mérési pontokra illesztett egyenesnek.

Mérési adatok és kiértékelés

A mérés során használt inga éktávolsága: $l = 1.0011 \pm 0.0002$ m

Metszéspontok meghatározása

Az elektronikus úton kapott adataim a lengésidőkre:

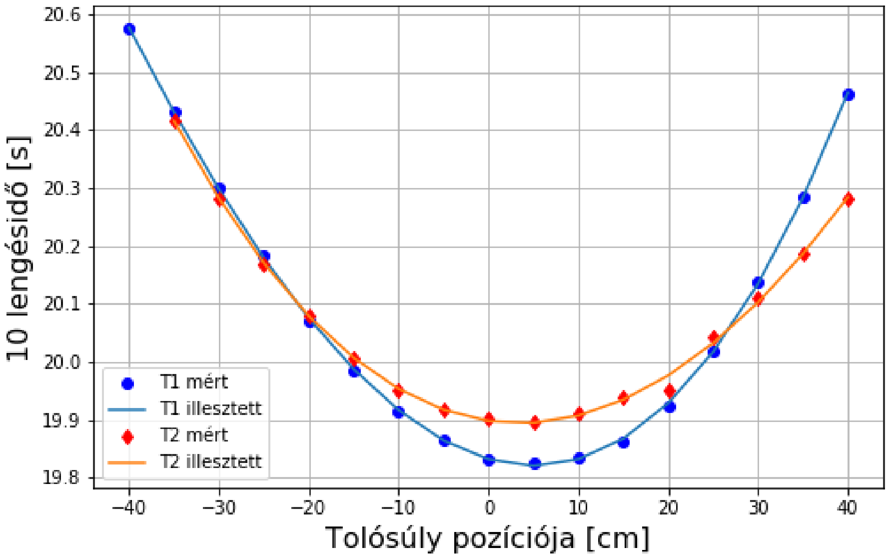
x [cm]	T_1 [s]	T_2 [s]
40	20.464	20.282
35	20.285	20.187
30	20.137	20.109
25	20.017	20.042
20	19.925	19.952
15	19.862	19.940
10	19.836	19.910
5	19.825	19.897
0	19.833	19.901
-5	19.864	19.916
-10	19.914	19.952
-15	19.986	20.005
-20	20.072	20.081
-25	20.183	20.170
-30	20.299	20.282
-35	20.433	20.417
-40	20.576	-

Ezekre az adatokra negyedfokú polinomokat illesztettem, melyeknek az egyenletei:

$$T_1 = 4.5 \cdot 10^{-9}x^4 + 1.9 \cdot 10^{-6}x^3 + 4.24 \cdot 10^{-4}x^2 - 4.428 \cdot 10^{-3}x + 19.8317$$

$$T_2 = 5.6 \cdot 10^{-9}x^4 - 8.6 \cdot 10^{-7}x^3 + 3.22 \cdot 10^{-4}x^2 - 2.221 \cdot 10^{-3}x + 19.8980$$

És ábrázoltam is őket:



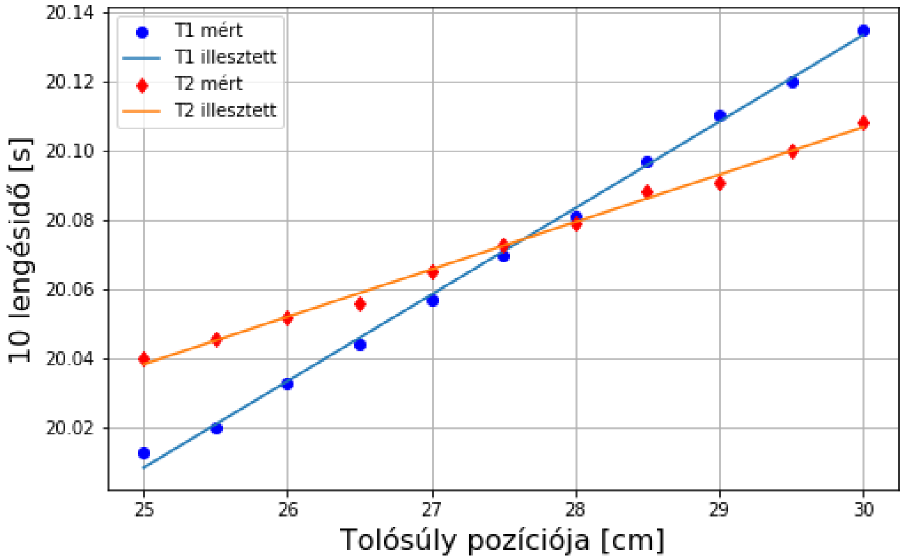
A két illesztett görbe két metszéspontja:

	x [cm]	$10 \cdot$ T [s]
P_1	-21.2682	19.7149
P_2	26.7591	20.0555

A két metszéspont közül agy egyiknél pontosabb mérést is végezhetünk. Ezeknek az eredményeit az alábbi táblázat tartalmazza:

x [cm]	T_1 [s]	T_2 [s]
25.0	20.013	20.040
25.5	20.020	20.046
26.0	20.033	20.052
26.5	20.044	20.056
27.0	20.057	20.065
27.5	20.070	20.073
28.0	20.081	20.079
28.5	20.097	20.088
29.0	20.110	20.091
29.5	20.120	20.100
30.0	20.135	20.108

Ezen az intervallumon a polinomok lineárisan közelíthetők, az adatokra pedig egyenesek illeszthetők:



Az illesztett egyenesek egyenletei:

$$T_1 = a_1 \cdot x + b_1 \text{ , ahol } a_1 = 0.02492 \pm 0.0004 \text{ , } b_1 = 19.3854 \pm 0.0112$$

$$T_2 = a_2 \cdot x + b_2 \text{ , ahol } a_2 = 0.01365 \pm 0.0003 \text{ , } b_2 = 19.6970 \pm 0.0081$$

Ezekből pedig a metszéspont:

$$x = 27.6486 \text{ cm}$$

$$10 \cdot T = 20.0744 \text{ s}$$

$$T = 2.00744 \text{ s}$$

Az x érték két egyenes egyenletbe való visszahelyettesítésével és az átlaguktól való eltéréssel számolva egy lengés hibája 10^{-8}-os nagyságrendű, ami nagyon apró. A lengésidő hibáját meghatározhatjuk a reprodukálhatóság mérésével is. A a két hiba közül a nagyobbikkal kell számolni a továbbiakban.

Reprodukálhatóság mérése

A mérés eredményei:

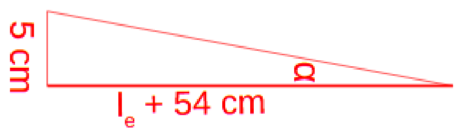
sorszám	10·T [s]
1	20.300
2	20.300
3	20.301
4	20.301
5	20.300

A mérések átlaga $\overline{10T} = 20.3004$, tehát a hiba $\Delta(10 \cdot T) = 0.0006$ és $\Delta T = 0.00006$. Ez a hiba jóval meghaladja az illesztésből származót, tehát ezt fogom alkalmazni a nehézségi gyorsulás számolásánál, amelynek korrekciók nélküli értéke így:

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} l = 9.8074 \pm 0.0025$$

Korrekciók

A végleges eredményhez vizsgálnunk kell az elméleti részben kifejtett korrekciókat. A szögkorrekciót az alábbi ábra alapján végeztem:



Ebből meghatározható, hogy $\alpha = 1.858°$ visszahelyettesítve a szögkorrekció képletébe a következő eredményt kaptam: $T = 2.00750$, tehát :

$$\Delta T_\alpha = 0.00006 \text{ s}$$

A hidrosztatikai és hidrodinamikai korrekció pedig:

$$\Delta T_{hidro} = 0.8 \frac{\varrho_{levego}}{\varrho_{inga}} \cdot T = 0.8 \cdot \frac{1.259}{8500} \cdot 2.00744 = 0.000238 \text{ s}$$

Így már meghatározható a nehézségi gyorsulás korrigált értéke:

$$T_{korr} = T + \Delta T_{\alpha} - \Delta T_{hidro} \ \pm \Delta T = 2.00726 \pm 0.00006 \text{ s}$$

$$g_{korr} = \frac{4\pi^2}{T_{korr}^2} l = 9.80912 \pm 0.00255 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

A nehézségi gyorsulás hibáját az alábbi összefüggés segítségével számoltam:

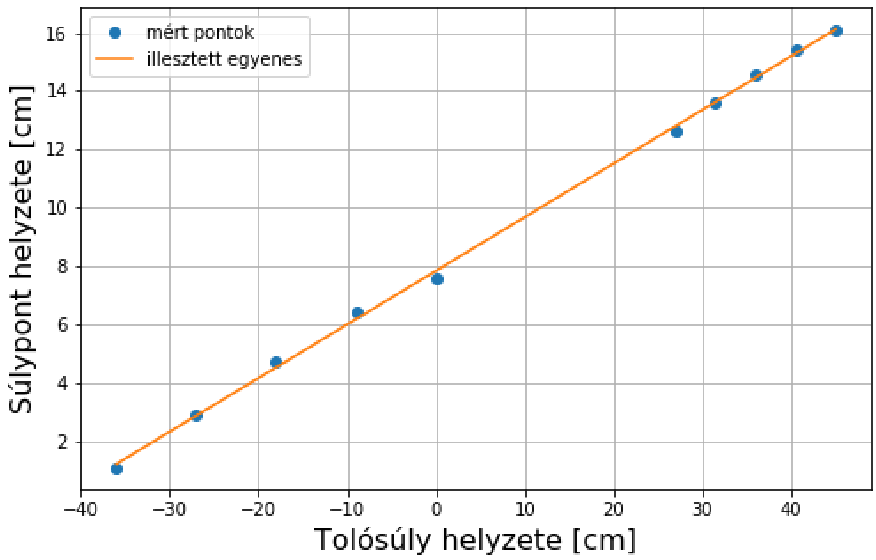
$$\frac{\Delta g}{g} = 2 \cdot \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta l}{l}$$

Súlypont helyzetének meghatározása

Az ingát a súlypont mérő ékre helyezzük, majd a különböző helyzetű tolósúlyoknál (x) megkeressük az inga súlypontját (S). A mérési adatok táblázata:

x [cm]	S [cm]
45.0	16.1
40.5	15.4
36.0	14.6
31.5	13.6
27.0	12.6
0.0	7.6
-9.0	6.4
-18.0	4.7
-27.0	2.9
-36.0	1.1

Ezekre a pontokra egyenest illesztettem:



Az illesztett egyenes egyenlete:

$$S(x) = a * x + b = 0.184 \cdot x + 7.844$$

És belőle a triviális metszéspont:

$$x_{triv} = -\frac{b}{m} = -42.03 \text{ cm}$$

A korábban meghatározott metszéspontokhoz tartozó súlypontok:

$$S_1 = 0.184 \cdot -21.2682 + 7.844 = 3.93 \text{ cm}$$

$$S_2 = 0.184 \cdot 26.7591 + 7.844 = 12.768 \text{ cm}$$

Ebből egyértelműen látszik hogy a két kapott metszéspontunk közül egyik sem triviális.

Diszkusszió

A mérést sajnos nem tudtam személyesen elvégezni a járványhelyzet miatt, de a jegyzőkönyvet igyekeztem a legjobb tudásom szerint megírni az elektronikus úton kapott mérése eredmények felhasználásával. A kapott nehézségi gyorsulási értékem $g_k = 9.80912$ megközelíti a budapesti $g = 9.80850$ értéket, vagyis a mérést sikeresnek mondanám.

Felhasznált irodalom

- Böhönyey - Havancsák - Huhn: Mérések a klasszikus fizika laboratóriumban, szerkesztette: Havancsák Károly, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2003.