KLASSZIKUS FIZIKA LABORATÓRIUM

1. MÉRÉS

Nehézségi gyorsulás mérése megfordítható ingával

Mérést végezte:
Enyingi Vera Atala
ENVSAAT.ELTE

Mérés időpontja:
2011. november 9.
Szerda délelőtti csoport

1. A mérés

A mérés célja a nehézségi gyorsulás mérése egy megfordítható inga segítségével. Az inga periódusidejét a tolosúly helyzetének függvényében mértem. Az így kapott tolósúlyhelyzet - idő görbéket ábrázoltam, majd a görbék egyik metszéspontja körül még pontosabban megmértem az értékeket.
Végül az inga súlypontját kerestem meg különböző tolósúly-helyzeteken.

2. A mérés eszközei

- Megfordítható inga ($l = 1,0033 \pm 0,0002m$)
- Tolósúly
- Időmérő eszköz
- Súlypontmérő ék
- Mérőszalag

3. A mérés elmélete

Az inga két ékének távolsága l. A súlypont a két ék között az m tolósúly helyzetének változtatásával mozgatható. A periódusidő így ábrázolható a tolósúly helyzetének függvényében. A két görbe több pontban is metszi egymást, a mérésünk adatai kettő metszéspontot adnak. A metszéspontokban mért periódusidőre igaz, hogy

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} l$$

A közelítés csak kis kitérések esetén megfelelő, nagyobb szögeknél korrigálni kell, erre az alábbi összefüggés áll fenn [1] alapján:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_e}{g}} \left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{2} + \frac{9}{64}\sin^4\frac{\alpha}{2} + \frac{25}{256}\sin^6\frac{\alpha}{2} + \dots\right) \tag{1}$$

Szintén [1] alapján gondolnunk kell még a hidrosztatikai korrekcióra is:

$$\Delta T_{\text{hidr}} = 0.8 \frac{\varrho_{\text{lev}}}{\varrho_{\text{inga}}} T$$

A tolósúly változtatásával azt is meg tudjuk mondani, hogy hol esne a súlypont a két ék közti távolság felezőpontjába, ez lenne a $T(x)$ grafikonok triviális metszéspontja (σ_0 az egyenes magassága, σ az egyenes meredeksége).

$$x_{triv} = -\frac{b}{m}$$

4. Mérési adatok és kiértékelés

Az általam használt, kisebbik inga éktávolsága:

$$l = 1,0033 \pm 0,0002m$$

4.1. Nehézségi gyorsulás mérése

A mérés sorn a különböző mért értékek az 1. táblázatban szerepelnek, a kapott pontokat pedig az 2. grafikonon ábrázoltam A pontokra elméleti megfontolások

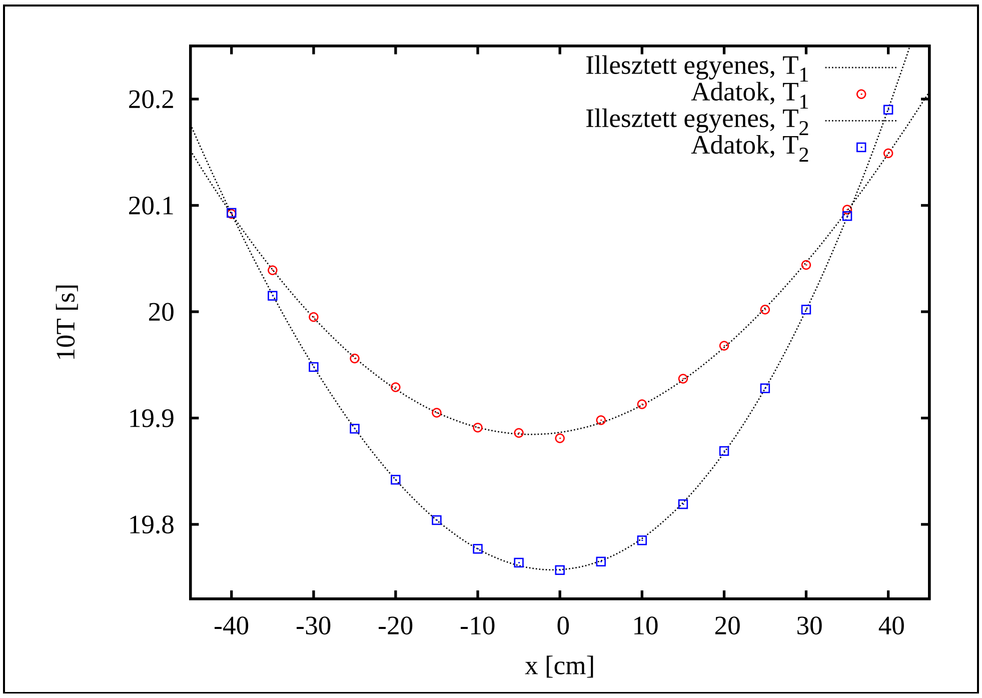
x [cm]	$10T_1$ [s]	$10T_2$ [s]
-40	20,092	20,093
-35	20,039	20,015
-30	19,995	19,948
-25	19,956	19,890
-20	19,929	19,842
-15	19,905	19,804
-10	19,891	19,777
-5	19,886	19,764
0	19,881	19,757
5	19,898	19,765
10	19,913	19,785
15	19,937	19,819
20	19,968	19,869
25	20,002	19,928
30	20,044	20,002
35	20,096	20,090
40	20,149	20,190

1. táblázat. *A mért lengésidők*

alapján negyedfokú görbéket illesztettem, ezek egyenlete:

$$T_1 = -3,7 \cdot 10^{-9}x^4 - 2,25 \cdot 10^{-7}x^3 + 1,5 \cdot 10^{-4}x^2 + 1,07 \cdot 10^{-3}x + 19,887$$

$$T_2 = -2,6 \cdot 10^{-9}x^4 + 4,96 \cdot 10^{-7}x^3 + 2,4 \cdot 10^{-4}x^2 + 4,4 \cdot 10^{-4}x + 19,757$$



1. ábra. *A mért hely - periódusidő függvények, és az illesztett görbék*

A görbék két metszéspontja közül az egyiknél részletes kimértem a lengésidőket sűrűbb x felosztás mellett, ennek az adatait az alábbi, 2. táblázat tartalmazza.

x [cm]	$10T_1$ [s]	$10T_2$ [s]
33	20,078	20,053
34	20,086	20,069
35	20,097	20,094
36	20,106	20,114
36,5	20,112	20,124
37	20,118	20,139
38	20,128	20,150
39	20,139	20,173

2. táblázat. *A mért lengésidők a metszéspontok közelében*

Ezen az intervallumon lineárisan is közelíthetjük a görbéken, ezt ábrázoltam a 2. grafikonon.

$$T_1 = 0,0102x + 19,737$$

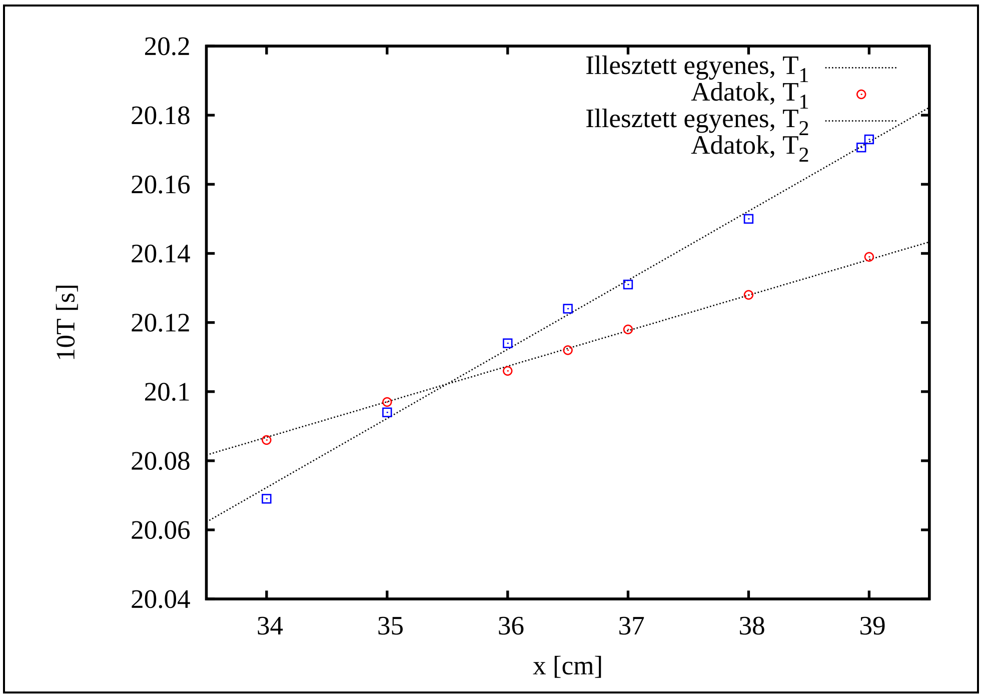
$$T_2 = 0,0200x + 19,392$$

Innen a metszéspont:

$$x = 35,49$$

$$10T = 20,10s$$

$$T = 2,01s \pm 0,0008s$$



2. ábra. *A mért hely - periódusidő függvények, és az illesztett egyenesek a metszéspont környékén*

Az időmérés hibáját egy reprodukciós méréssel, az átlagtól való legnagyobb eltérésként számolom, amihez még hozzájön a szórás jellegű hiba. Így a teljes hiba összesen: $\Delta T = 0.0008s$.

10T	20,098	20,101	20,097	20,101	20,101	20,109

3. táblázat. *A reprodukciós mérés adatai*

4.2. Korrekciók

A [1] alapján vizsgálnunk kell az elméleti részben leírt korrekciókat.
Elsőként vegyük a szögkorrekciót. Az ingát kb. $5°$-kal térítettem ki. Az 1. összefüggés alapján a szögkorrekció:

$$\Delta T_{sz} = 0,22\text{ms}$$

A hidrosztatikai korrekciót a levegő és az inga kölcsönhatásai miatt kell figyelembe vennünk.
Ez a [1] alapján:

$$\Delta T_{\mathrm{hidr}} = 0.8\frac{\varrho_{\mathrm{lev}}}{\varrho_{\mathrm{inga}}}T$$

Ahol az alábbi értékek adottak: $\varrho_{\mathrm{lev}} = 1.259\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, $\varrho_{\mathrm{inga}} = 8500\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Innen tehát:

$$\Delta T_{hid} = 0,24\mathrm{ms}$$

4.3. A nehéségi gyorsulás értéke

A periódusidő tehát a korrekciókat is figyelembe véve:

$$T_{\mathrm{k}} = T - \Delta T_{\mathrm{deg}} - \Delta T_{\mathrm{hidr}} \pm \Delta T_{\mathrm{tot}} = 2.0054\ \mathrm{s} \pm 0.8\ \mathrm{ms}$$

Innen a nehézségi gyorsulás már számolható:

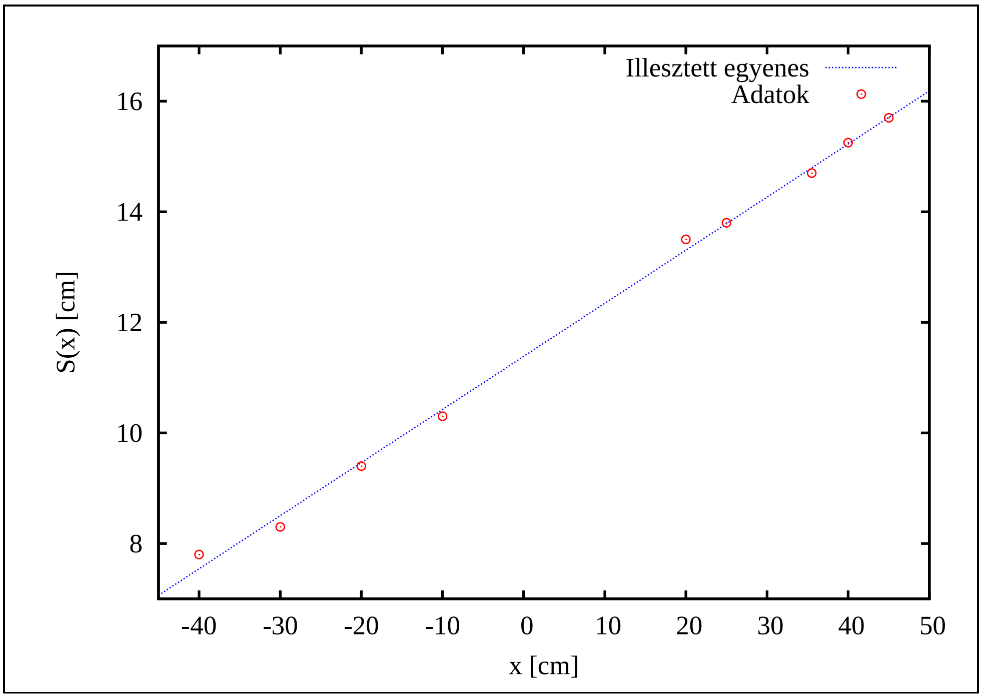
$$g = \frac{4\pi^2}{T^2}l \pm \Delta g = 9,808 \pm 0,001\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

4.4. A súlypont helyzetének megállapítása

A súlypont helyzetét meghatározom a tolósúly függvényében úgy, hogy több pontot vizsgálok, majd ezekre egyenest illesztek. Ez alapján megállapítom, hol lesz a súlypont a 0-ban, ami a két ék közötti távolság felét jelenti. A súlypont helyének jele legyen S.
A mért pontok:

x [cm]	S [cm]
-40	7,8
-30	8,3
-20	9,4
-10	10,3
20	13,5
25	13,8
35,5	14,7
40	15,25
45	15,7

4. táblázat. *A súlypont-mérés adatai*



3. ábra. *A súlypont-mérés adatai és az illesztett egyenesek*

Az illesztett egyenes:

$$S(x) = 0,096x + 11,38$$

$$m = 0,096 \pm 0,002$$

$$b = 11,38 \pm 0,05$$

Ezek alapján a triviális metszéspont:

$$x = -118,54 \pm 0,7cm$$

4.5. További feladatok

A mérés mellé pluszfeladatként kaptuk annak vizsgálatát, mit történik, ha a súlypontot felfelé, vagy lefelé eltolom.
Ha a súlypontot a felső ékre helyezem, a periódusidő a végtelenbe fog tartani.
A tolósúly lefelé való mozgatásával azonban azt tapasztaljuk, hogy a periódusidő úgy viselkedne, mintha egy matematikai ingát vizsgálnánk, azaz a periódusidő ismét a végtelenbe tart.

Hivatkozások

[1] Böhönyey - Havancsák - Huhn: Mérések a klasszikus fizika laboratóriumban, Szerkesztette: Havancsák Károly, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2003.