

KLASSZIKUS FIZIKA LABORATÓRIUM

5. MÉRÉS

Fajhó mérése

Mérést végezte:
Enyingi Vera Atala
ENVSAAT.ELTE



Mérés időpontja:
2011. szeptember 21.
Szerda délelőtti csoport

1. Mérés célja

A mérés során egy minta fajhőjét határozzuk meg. A méréshez használt eszközünk egy speciális, ún. izoperibol kaloriméter, melynek jellemzője, hogy a hőmérséklete változik, a környezetéé azonban nem. Első lépésként a kaloriméter vízértékét határozzuk meg, melynek ismeretében két módszerrel vizsgáljuk meg a minta fajhőjét.

2. A mérés

A fajhő meghatározása legegyszerűbben az alábbi összefüggés alapján történhet:

$$Q = cm\Delta T_m \quad (1)$$

Ha ismert tömegű (m) mintával hőt (Q) közlünk, és mérjük a folyamat közben a hőmérséklet-változást (δT), akkor a c -vel jelölt fajhő egyszerű számolással megkapható. Az elektromos izoperibol kalorimétert használtunk, mely egy termoszba helyezett réztömb, amihez egy fűtőtest (ismert, $R = 7.07 \pm 0.01\Omega$ ellenállással) és egy hőmérő csatlakozik. A kalorimétert körülbelül állandó hőmérsékletű víz keringetésével tudjuk hűteni.

3. A kaloriméter vízértékének meghatározása

3.1. A vízérték meghatározásának elmélete

A méréshez először a kaloriméter vízértékének meghatározása szükséges. Az üres kalorimétert t_v ideig fűtjük, és mérjük a Q_v hőközlésre a δT_v hőmérsékletet, ahol Q_v hőmennyiséget az alábbi képlet alapján határozzuk meg:

$$Q_v = \frac{U^2}{R} t_f \quad (2)$$

Q_v a hőmennyiség, U a fűtőfeszültség, R a fűtőszál ellenállása, t_f pedig a fűtés ideje. A vízértéket az alábbiából számolhatnánk ki:

$$v = \frac{Q_v}{\Delta T} \quad (3)$$

Ezzel azonban nem vesszük figyelembe a kaloriméter és a környezet kapcsolatát, ami nem elhanyagolható a mérés szempontjából. A rendszerre igaz a Newton-féle lehűlési törvény:

$$v \frac{dT}{dt} = \frac{dQ}{dt} - h(T - T_k) \quad (4)$$

(ahol T a kaloriméter hőmérséklete, T_k a környezet hőmérséklete, h pedig a hőátadási tényező) Ebből, az egyenletet átrendezve, az alábbi kifejezésre bevezetjük a *korrigált hőmérséklet* fogalmát:

$$T^*(t) = T(t) + \epsilon_0 \int_0^t (T(t') - T_k) dt' \quad (5)$$

Ezt a *fajho* programmal határozzuk meg ($\epsilon_0 = \frac{h}{v}$: az utószakaszra illesztett exponenciális függvényben szereplő együttható, a hőátadási tényező; T_k pedig a környezet hőmérséklete (az előszakasz hőmérsékletével egyezik meg)). ϵ_0 az utószakaszra illesztett exponenciális függvényből meghatározható:

$$T = T_k + Ce^{-\epsilon_0 t} \quad (6)$$

A fentiek ismeretében a vízérték képlete az alábbi alakra hozható:

$$v = \frac{Q_v}{\Delta T} = \frac{Q}{T^* - T_k} \quad (7)$$

3.2. A vízértékmérés menete

Első lépésként a hőkulcsot a kaloriméterbe raktam, majd a megfelelő hőmérséklet elérése után kivettem. Megvártam, hogy a hőmérsékleti egyensúly beálljon, majd elindítottam a mérési adatok rögzítését a számítógépen. A 3 perces előszakasz végén elindítottam a fűtést, amit 3°C hőmérséklet-emelkedés után leállítottam. Ezután további 10 percen keresztül folytattam az adatok rögzítését az utószakaszban. A kapott eredményeket grafikonon ábrázoltuk.

Mért adatok és számolás

A vízérték meghatározása során mért értékek:

$$R = 7.07 \pm 0.01 \Omega$$

$$U_f = 1.732 \pm 0.0005 \text{V}$$

$$t_f = 204.05 \pm 0.005 \text{s}$$

A kiértékelés során számolt és illesztett értékek:

$$t_e = 181.14 \text{s}$$

$$t_u = 519.48 \text{s}$$

$$\epsilon_0 = 0.070625 \frac{1}{\text{min}}$$

$$T_k = 18.98 \pm 0.005 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T^* = 22.857 \pm 0.0005 \text{ } ^\circ\text{C}$$

A kaloriméter által felvett hő:

$$Q = \frac{U^2}{R} \cdot t = 86.6 \pm 0.2 \text{ J}$$

Ezek alapján a kaloriméter vízértéke:

$$v = \frac{Q}{T^* - T_k} = 22.33 \pm 0.08 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}} \quad (8)$$

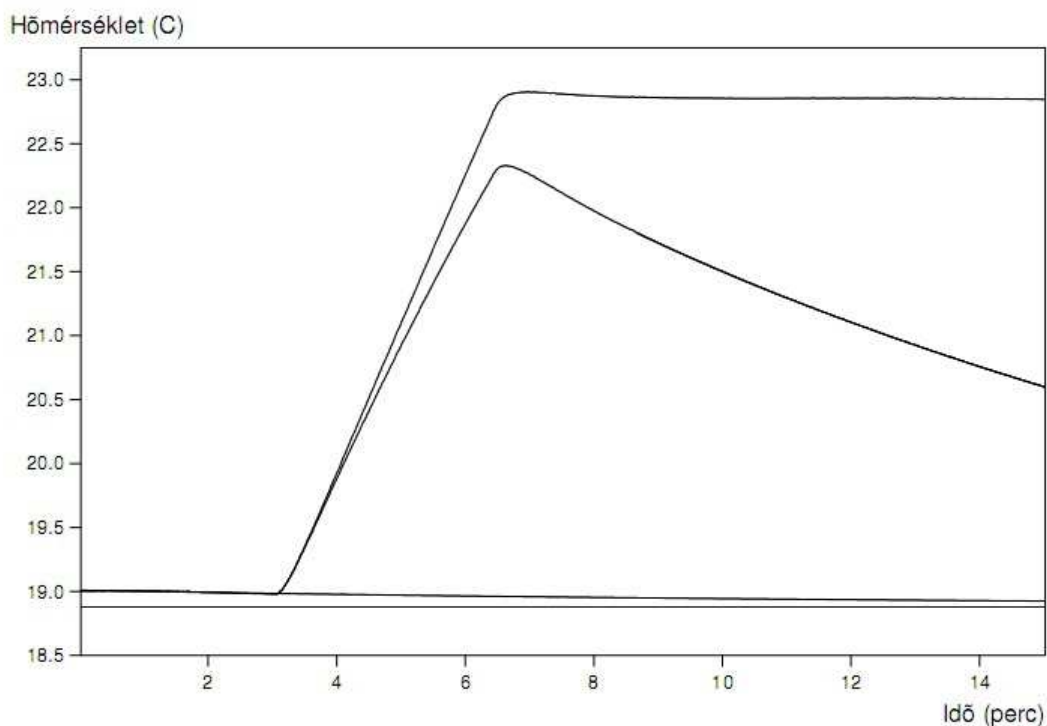
3.3. A mérés hibái, hibaszámítás

A vízértékmérés hibája [1] alapján:

$$\frac{\Delta v}{v} = 2 \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta T_k + \Delta T^*}{T^* - T_k} \quad (9)$$

A vízérték relatív hibája a képlet alapján tehát:

$$\frac{\Delta v}{v} = 0.0034 = 0.34\% \quad (10)$$



A fajhőt kétféle módszerrel mérjük.

4. Beejtéses módszer (*a* módszer)

4.1. A módszer elmélete

A mérés során a mérőeszközbe ejtjük a termoszban addig melegített mintát, majd a kaloriméter hőmérséklet-változását mérjük, és ebből határozzuk meg a minta fajhőjét:

$$c = \frac{v}{m} \frac{T^* - T_k}{T_{m0} - T_m^*} \quad (11)$$

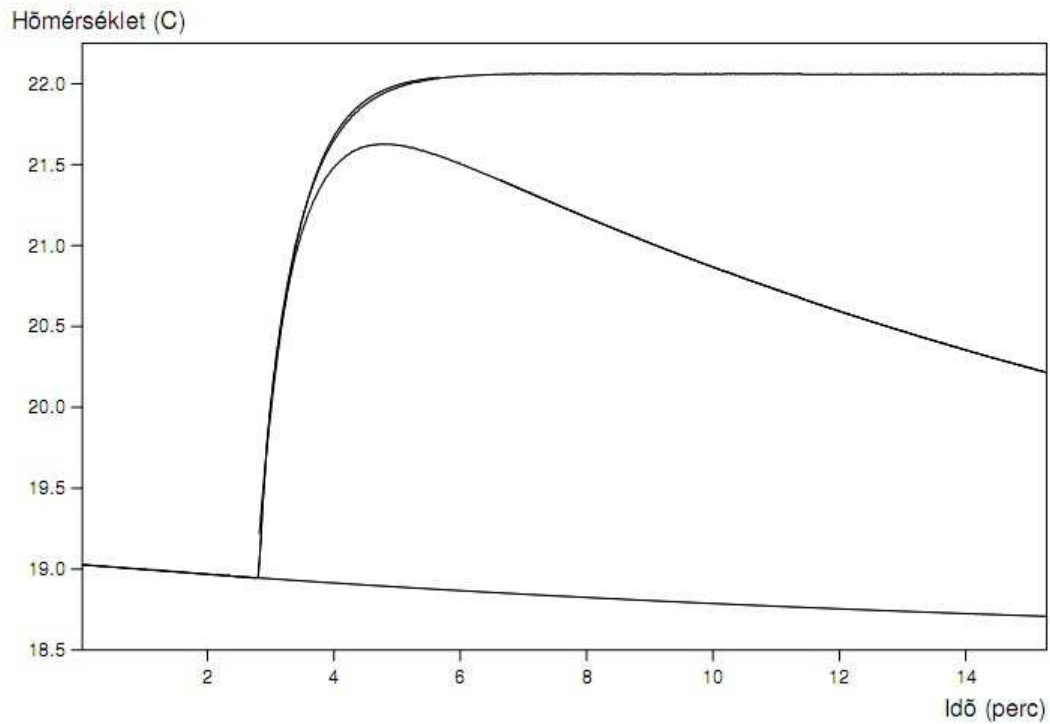
Ahol v a kaloriméter vízártéke, m minta tömege, T^* korrigált hőmérséklet, amelyet a program számolunk, T_{m0} -al jelöljük a minta hőmérsékletét, ami a termosz hőmérsékletével azonos, T_m^* pedig a minta korrigált hőmérséklete. Utóbbit az alábbi képletből számoljuk:

$$T_m^* = T_k + \frac{\epsilon'}{\epsilon' - \epsilon_0} (T^* - T_k) \quad (12)$$

ahol ϵ' -t a mérés főszakaszában a korrigált hőmérsékletre illesztett exponenciális függvény kitevőjében szereplő együttható.

4.2. A mérés menete

A beejtéses módszernél, akárcsak a vízárték meghatározásánál, elsőként a kaloriméter hőmérsékletét állítottam be egy állandó értékre. A minta már a vízártékmérés megkezdése előtt a termoszba került, így a hőmérséklete jó közelítéssel megegyezett a melegítőberendezés hőmérsékletével. Az előszakaszban, a beejtés előtt 3 percig rögzítettem az adatokat, majd a minta beejtése után a folyamatot még 12 percig folytattam. A mért és kiértékelt görbét mutatja az alábbi ábra:



4.3. Mért adatok és számolás

Az adatok:

$$t_e = 163.92s$$

$$t_u = 408.12s$$

$$t_{fk} = 168.18s$$

$$t_{fv} = 280.92s$$

$$\epsilon_0 = 0.060967 \frac{1}{min}$$

$$\epsilon' = 1.6958 \frac{1}{min}$$

$$T_k = 18.5015 \pm 0.00005 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T^* = 22.063 \pm 0.0005 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{minta} = 31.9 \pm 0.05 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$m_{minta} = 14.3162 \pm 0.00005g$$

A 6. mintát mértük. A minta korrigált hőmérséklete:

$$T_m^* = T_k + \frac{\epsilon'}{\epsilon' - \epsilon_0}(T^* - T_k) = 22.2178 \pm 0.000624 \text{ } ^\circ\text{C}$$

A fajhő értéke:

$$c = \frac{v}{m} \frac{T^* - T_k}{T_{m0} - T_m^*} = 574 \pm 5 \frac{\text{J}}{\text{kg } ^\circ\text{C}}$$

4.4. A mérés hibái, hibaszámítás

A fajhőmérés hibája [1] alapján:

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{\Delta v}{v} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta(T^* - T_k)}{T^* - T_k} + \frac{\Delta(T_{m0} - T_m^*)}{T_{m0} - T_m^*} \quad (13)$$

A fajhőmérés hibája a képlet alapján:

$$\frac{\Delta c}{c} = 0.0087$$

5. Melegítési módszer (b módszer)

5.1. A módszer elmélete

A módszerben a kalorimétert a mintával együtt fűtjük, és ismét a hőmérséklet-változást figyeljük. A minta fajhőjét az alábbi egyenlet adja meg:

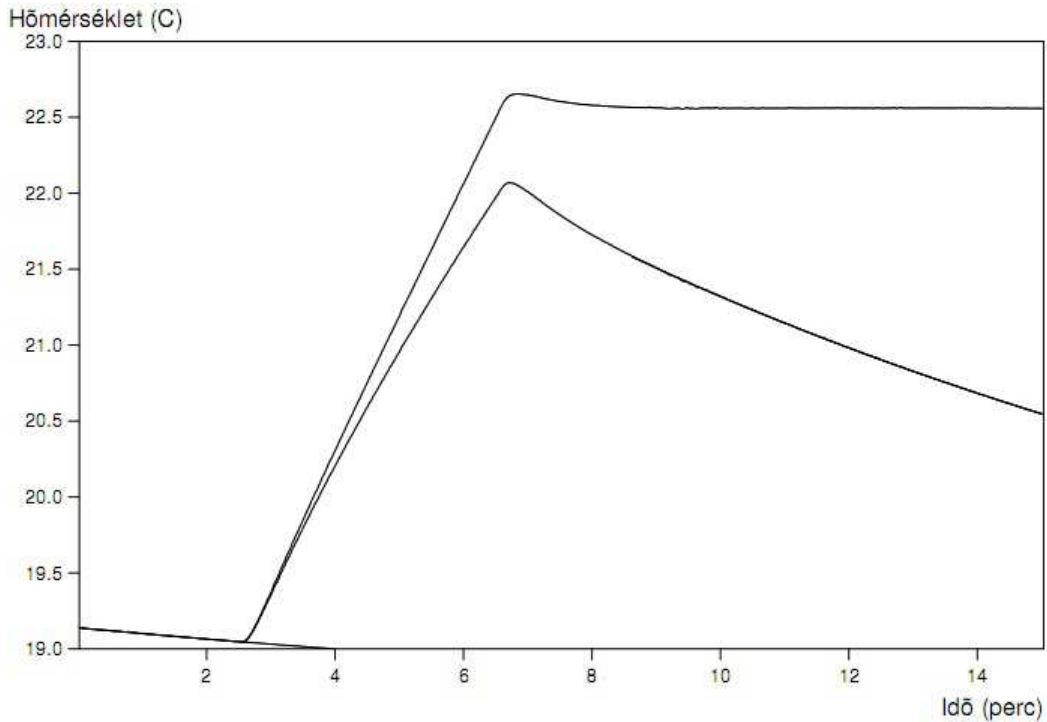
$$c = \frac{1}{m} \frac{Q - v(T^* - T_k)}{T_m^* - T_k} \quad (14)$$

Ebben a mérésben ϵ' érték nem mérhető, ezért a T_m^* kétféle módon meghatározható. Az első módszer, ha az előzőekben kapott ϵ' értéket használom. A második, hogy a minta és a kaloriméter hőmérséklet-különbségét elhanyagoljuk. Utóbbi elhanyagolás plusz hibát fog okozni.

5.2. A mérés menete

A beejtési módszer után beálló hőmérsékleti egyensúlyt ismét 2 percen keresztül rögzítem. Ez után elkezdem a fűtést, amit a vízérték-méréshez hasonlóan körülbelül $3 \text{ } ^\circ\text{C}$ hőmérséklet-különbség eléréséig folytattam. A minta hőmérséklete a hűtés előtt közel azonosnak tekinthető a kaloriméterével, a fűtőfeszültség a vízértékmérésnél mérttel azonos. A mért adatok hőmérséklet-idő görbét mutatja

az alábbi grafikon:



5.3. Mért adatok és számítás. A mérés hibái, hibaszámítás

A beejtéses módszer mérésekor mért, és a kiértékelőprogram által számított adatok:

$$t_e = 152.7s$$

$$t_u = 524.28s$$

$$\epsilon_0 = 0.064096 \frac{1}{min}$$

$$T_k = 18.5219 \pm 0.00005 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T^* = 22.56 \pm 0.0005 \text{ } ^\circ\text{C}$$

5.3.1.

A fajhő meghatározásakor először az a módszerrel számolt ϵ' -t használva dolgozunk: A korrigált hőmérséklet:

$$T_m^* = T_k + \frac{\epsilon'}{\epsilon' - \epsilon_0} (T^* - T_k) = 22.7186 \pm 0.0007 \text{ } ^\circ\text{C}$$

A mérés során a kaloriméterrel közölt hő mennyisége:

$$Q = \frac{U^2}{R} \cdot t = 103.1 \pm 0.2 J$$

A fajhőmérés hibája:

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{\Delta v}{v} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta Q}{Q} + \frac{\Delta(T^* - T_k)}{T^* - T_k} + \frac{\Delta(T_m^* - T_k)}{T_m^* - T_k} = 0.0057$$

A fajhő értéke:

$$c = \frac{v}{m} \frac{T^* - T_k}{T_{m0} - T_m^*} = 530 \pm 3 \frac{J}{kg^\circ C}$$

5.3.2.

A minta fajhője, mikor a minta és a kaloriméter hőmérsékletét azonosnak vesszük, tehát $T^* = T_m^*$.

$$\frac{\Delta c}{c} = 0.0063$$

A fajhő értéke:

$$c = \frac{v}{m} \frac{T^* - T_k}{T_{m0} - T_m^*} = 554 \pm 3.5 \frac{J}{kg^\circ C}$$

A módszer alapfeltevése miatt ($T^* \approx T_m^*$) a hiba megnőtt, pontatlanabb lett a mérés. A fűtés kikapcsolása után jól megfigyelhető a fűszakasz végén, az utószakasz elején egy "bukkanóként": a kisebb hőkapacitású mintának is ad át hőt a kaloriméter, nem csak a környezetnek.

6. Hőátadási tényezők

A mérések után a kapott ϵ lehűlési paraméterek értékéből meghatározhatóak a k és h hőátadási tényezők, az alábbi összefüggések alapján:

$$h = \epsilon_0 v$$

$$k = \epsilon \epsilon' w / \epsilon_0$$

Ahol w a minta hőkapacitását jelöli. (w a minta hőkapacitása) képletek alapján meghatározzuk a kaloriméter, és a minta, illetve a kaloriméter, és a környezett között fenálló úgynevezett hőátadási tényezőt. A h tényező értéke:

$$h = 1.577 \pm 0.005 \frac{W}{K}$$

A k tényező kiszámításához előbb meg kell adni ϵ értékét. Ezt a több mérés miatt több adat alapján számolhatjuk.

- Beejtéses módszer:

$$k = 45.54 \frac{J}{^{\circ}\text{Cmin}}$$

- Együtt melegítve, az a módszerben kapott ϵ -t használva:

$$k = 40.12 \frac{J}{^{\circ}\text{Cmin}}$$

- Együtt melegítve, a hőmérsékleteket azonosnak véve:

$$k = 36.47 \frac{J}{^{\circ}\text{Cmin}}$$

k értéke tehát, a fenti három érték átlagát véve:

$$k = 40.7 \pm 1.2 \frac{J}{^{\circ}\text{Cmin}}$$

7. Diskusszió

A mérésből látszik, hogy $h \ll k$, amit vártunk, ha a kaloriméter jó. A hibákat a pontatlan mérés (pl. nem a minta, hanem a kaloriméter hőmérsékletét mértük), a beejtéses módszernél a zárt rendszer megbontása, a hőcsere növelése okozta.

8. Megjegyzés

A mérést az egyik mérőberendezés hibája miatt a mérőpárommal (Kukucska Gergő) együtt végeztem el, az adatok ezért egyeznek meg.

Hivatkozások

- [1] Böhönyey - Havancsák - Huhn: Mérések a klasszikus fizika laboratóriumban, Szerkesztette: Havancsák Károly, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2003.