

# Jegyzőkönyv

## Szilárd testek sűrűségének mérése

### Mérési adatok:

Mérést végezte: Takács Roxána  
Mérőtárs neve: Graning Sára (1. mérőpár)  
Mérés időpontja: 2019.02.21.  
Jegyzőkönyv leadásának dátuma: 2019.02.28.

---

### A mérés célja:

A kapott minták (fémek) sűrűségének meghatározása közvetlen módszerrel, a térfogatuk és tömegük mérésével, valamint közvetetten a Mohr-Westphal mérleg segítségével. A mért adatokat felhasználva következtethetünk a testek anyagára.

### A mérőeszközök

- Tolómérő
- Csavarmikrométer
- Digitális mérleg
- Mohr-Westphal mérleg, és a hozzá tartozó eszközök
- Próbatestek

### A mérés rövid leírása

Először a Mohr-Westphal mérleggel mértem a próbatestekre (3 db kis henger) vonatkozó adatokat. Először meghatároztam a testek tömegét. Mivel a mérleg úgy van beállítva, hogy a súlytányérra helyezett 20 g hatására van egyensúlyban, ha a mérendő próbatestet (ami kevesebb, mint 20g) az üres súlytányérra teszem, majd annyi súlyt teszek még rá, hogy az egyensúly újra beálljon, akkor ki tudom számolni a test tömegét (a súlyok össztömegét kivonom a 20g-ból). Ezután a próbatestet ráhelyeztem a merülőtányérra, és figyeltem, hogy az egész tányér víz alatt legyen (a hitelesített súlyokat a súlytányéron hagytam). Ekkor ismét nem volt egyensúlyban az eszköz a testre ható felhajtó erő miatt. Hogy ismét visszaállítsam az egyensúlyt lovasokat használtam. Ezután már ki tudtam számolni a test térfogatát a lovasok pozíciójának tudatában. Ezekkel az adatokkal már számolható a testek sűrűsége.

Miután mind a 3 kis hengerre elvégeztem ezt a mérést, helyet cseréltünk a mérőtársammal és közvetlen módszerrel is vizsgáltam a testeket. Tolómérővel megmértem két hasáb 3 paraméterét: magasságát, hosszát és szélességét. Valamint csavarmikrométerrel egy henger átmérőjét és magasságát. Ebből már ki tudtam számolni a testek térfogatát. Ezután egy digitális mérleggel megmértem a tömegeket. Ezekkel az adatokkal már számolható a testek sűrűsége.

## Mérési adatok

### Mohr-Westphal mérleggel:

Tömegek [g]:

|           | 10 g | 5 g | 2 g | 1 g | 0,5 g | 0,2 g | 0,1 g | 0,05 g | 0,01 g |
|-----------|------|-----|-----|-----|-------|-------|-------|--------|--------|
| 1. Henger | 1    | 1   | 0   | 0   | 0     | 0     | 0     | 0      | 0      |
| 2. Henger | 0    | 1   | 1   | 1   | 0     | 1     | 0     | 1      | 0      |
| 3. Henger | 0    | 1   | 0   | 1   | 0     | 0     | 1     | 0      | 1      |

(A táblázat az adott tömegből használtak darabszámát adja meg.)

|           | Kiegyenlítő tömegek összesen [kg] | $\Delta m$ [kg] |
|-----------|-----------------------------------|-----------------|
| 1. Henger | 0,015                             | 0,000005        |
| 2. Henger | 0,00825                           | 0,000005        |
| 3. Henger | 0,00611                           | 0,000005        |

Lovasok pozíciói:

|           | Nagy | Közepes | Kicsi |
|-----------|------|---------|-------|
| 1. Henger | 1    | 8       | 0     |
| 2. Henger | 1    | 5       | 7     |
| 3. Henger | 1    | 5       | 7     |

Közvetlen méréssel:

Csavarmikrométerrel:

|        | d[m] | h[m]    | m[kg]   | $\Delta x$ [m] | $\Delta m$ [kg] |
|--------|------|---------|---------|----------------|-----------------|
| Henger | 0,02 | 0,01412 | 0,03215 | 0,000005       | 0,000025        |

Tolómérővel:

|          | a[m]   | b[m]   | c[m]   | m[kg]   | $\Delta x$ [m] | $\Delta m$ [kg] |
|----------|--------|--------|--------|---------|----------------|-----------------|
| 1. Hasáb | 0,0155 | 0,0288 | 0,016  | 0,06355 | 0,000025       | 0,000025        |
| 2. Hasáb | 0,0159 | 0,0294 | 0,0122 | 0,01545 | 0,000025       | 0,000025        |

## Kiértékelés

### Mohr-Westphal mérleg

Először a Mohr-Westphal módszer alapján állapítottam meg a testek sűrűségét. A próbatestek tömegét úgy számoltam ki, hogy levontam a testek mellé helyezett súlyokat 20g-ból (hiszen 20g-nál van egyensúlyban a mérleg).

|          | m [kg]  |
|----------|---------|
| 1.Henger | 0,005   |
| 2.Henger | 0,01175 |
| 3.Henger | 0,01389 |

Ezután a kis hengert a merülőtányérra helyeztem, amelyet vízbe merítettem és eközben a súlyokat a felső tányérban hagytam. A fellépő felhajtóerő miatt az egyensúly felborult, és a mérleget újra ki kellett egyenlíteni. Ezt a lovasok pozíciójának változtatásával végeztem. A legnagyobb lovas súlya (G) a tizedik vájatba helyezve megegyezik 10 ml 20 °C-os víz súlyával, és a további lovasok ennek tizede, százada, ezrede súlyúak. Két vájat közt a távolság k. A nagy (G) lovas rakjuk az n vájatba (ezt célszerű az elsőbe tenni, hogy megkönnyítsük a számolást), a közepes ( $\frac{G}{10}$ ) lovas legyen az  $n_{10}$  vonásnál, a kicsi ( $\frac{G}{100}$ ) pedig legyen

az  $n_{100}$  vonásnál.

Ez alapján felírhatóak a forgatónyomatékok:

$$0 = G \cdot n \cdot k + \frac{1}{10}G \cdot n_{10} \cdot k + \frac{1}{100}G \cdot n_{100} \cdot k - F_{fel} \cdot 10k$$

Számoláshoz szükséges adatok:

|             |        |                  |
|-------------|--------|------------------|
| g           | 9,81   | $\frac{m}{s^2}$  |
| Víz-sűrűség | 998,23 | $\frac{kg}{m^3}$ |

(A víz sűrűsége  $998,23 \frac{kg}{m^3}$  és tudjuk, hogy G súlya éppen  $10 \text{ cm}^3$   $20 \text{ }^\circ\text{C}$ -os desztillált víz súlyával egyezik meg ezért  $G = \rho_{viz} Vg$ ,  $G = 0,099823 \text{ N}$ )

|          | Felhajtóerő [N]  |
|----------|--|
| 1.Henger | $\frac{G \cdot k + \frac{8}{10}G \cdot k + \frac{0}{100}G \cdot k}{10k} = 0,18 \text{ G}$  |
| 2.Henger | $\frac{G \cdot k + \frac{5}{10}G \cdot k + \frac{7}{100}G \cdot k}{10k} = 0,157 \text{ G}$ |
| 3.Henger | $\frac{G \cdot k + \frac{5}{10}G \cdot k + \frac{7}{100}G \cdot k}{10k} = 0,157 \text{ G}$ |

Ezen kívül felírhatjuk még:

$$F_{fel} = V_{viz} \rho g$$

(ahol  $F_{fel}$  a felhajtóerő [N], V a térfogat [ $m^3$ ],  $\rho$  a víz sűrűsége [ $\frac{kg}{m^3}$ ] és g a nehézségi gyorsulás [ $\frac{m}{s^2}$ ])

Ebből már számolható a próbatetek térfogata, ha a felhajtóerőkben szereplő G helyére behelyettesítjük a  $G = \rho_{viz} Vg$  -t, ahol  $V = 10 \text{ cm}^3$ .

Az így számolt értékek:

|           | Tömeg [kg] | Felhajtóerő [N] | Térfogat [ $m^3$ ] | Sűrűség [ $\frac{kg}{m^3}$ ] |
|-----------|------------|-----------------|--------------------|------------------------------|
| 1. Henger | 0,005      | 0,18 G          | 0,0000018          | 2777,7777                    |
| 2. Henger | 0,01175    | 0,157 G         | 0,00000157         | 7484,0764                    |
| 3. Henger | 0,01389    | 0,157 G         | 0,00000157         | 8847,1337                    |

## Közvetlen mérési módszer

Közvetlen mérési módszerrel is megállapítottam a testek sűrűségét. Ehhez megmértem a próbatetek tömegét digitális mérleggel, majd lemértem a hosszadataikat tolómérővel (hasábok), valamint csavarmikrométerrel (henger). Ezekből az adatokból már számolható a sűrűség.

Hasábok térfogata:

$$V_{hasáb} = a \cdot b \cdot c$$

Henger térfogata:

$$V_{henger} = r^2 \cdot \pi \cdot h$$

Az így számolt értékek:

|         | Tömeg [kg] | Térfogat [ $m^3$ ] | Sűrűség [ $\frac{kg}{m^3}$ ] |
|---------|------------|--------------------|------------------------------|
| 1.Hasáb | 0,06355    | 0,0000071424       | 8897,57                      |
| 2.Hasáb | 0,01545    | 0,000005703        | 2709,10                      |
| Henger  | 0,03215    | 0,000004436        | 7247,52                      |

## Hibaforrások, Hibaszámolás

Hibaforrások a Mohr-Westphal mérlegnél:

- A mérőműszer pontatlansága ( $\pm 0,005 \text{ g}$ )

- Esteleges buborékok, amik a mintára tapadtak a mérés során
- Feltehetőleg a víz nem pontosan 20 fokos volt, valamint nem volt teljesen szennyeződés mentes sem
- Leolvasási hiba

Hibaforrások közvetlen méréssel:

- A csavarmikrométer pontatlansága ( $\pm 0,005 \text{ mm}$ )
- A tolómérő pontatlansága ( $\pm 0,025 \text{ mm}$ )
- Digitális mérleg pontatlansága
- Leolvasási hiba
- Nem biztos, hogy homogén a testek anyageloszlása

### Hibaszámlálás közvetlen mérésnél:

A mérési feladatban a sűrűséget csak valamilyen képletből tudtuk kiszámolni. Ehhez a képletbe meg kellett mérnünk a testek tömegét és térfogatát. Mivel a téglatestek esetén a térfogatot a 3 oldal hosszúságának összeszorozásával számoltuk és mindhárom értéknek van hibája a felsorolt bizonytalanságok miatt, a téglatest térfogatának bizonytalanságát a hibaterjedés képletével számoljuk.

A két hasáb térfogatának relatív bizonytalansága:

$$\left| \frac{\Delta V}{V} \right| = \left| \frac{\Delta a}{a} \right| + \left| \frac{\Delta b}{b} \right| + \left| \frac{\Delta c}{c} \right|$$

A henger térfogatának relatív bizonytalansága:

$$\left| \frac{\Delta V}{V} \right| = 2 \left| \frac{\Delta d}{d} \right| + \left| \frac{\Delta h}{h} \right|$$

A tömeg relatív bizonytalansága:

$$\left| \frac{\Delta m}{m} \right|$$

Ebből tehát a sűrűség abszolút hibája:

$$|\Delta \rho| = \left( \left| \frac{\Delta V}{V} \right| + \left| \frac{\Delta m}{m} \right| \right) \rho$$

Behelyettesítünk ezekben a képletekbe és kiszámoljuk a testek sűrűségének abszolút hibáját.

|         | $\left  \frac{\Delta V}{V} \right $ [%] | $\left  \frac{\Delta m}{m} \right $ | $ \Delta \rho $ [ $\frac{kg}{m^3}$ ] |
|---------|---|-------------------------------------|--------------------------------------|
| 1.Hasáb | 0,004034                                | 0,0003933                           | 39,3922                              |
| 2.Hasáb | 0,004471                                | 0,001618                            | 16,4957                              |
| Henger  | 0,0008541                               | 0,0007776                           | 11,8257                              |

## Diszkusszió

Eredmény táblázat (Mohr-Westphal módszer):

|          | Általán meghatározott sűrűség [ $\frac{kg}{m^3}$ ] | Feltételezett anyag | Irodalmi sűrűség [ $\frac{kg}{m^3}$ ] |
|----------|--|---------------------|---------------------------------------|
| 1.Henger | 2777,7777  | Alumínium           | 2700                                  |
| 2.Henger | 7484,0764  | Vas                 | 7870                                  |
| 3.Henger | 8847,1337  | Vörösréz            | 8960                                  |

### Eredmény táblázat (Közvetlen módszer):

|         | Általam meghatározott sűrűség [ $\frac{kg}{m^3}$ ] | Feltételezett anyag | Irodalmi sűrűség [ $\frac{kg}{m^3}$ ] |
|---------|--|---------------------|---------------------------------------|
| 1.Hasáb | 8897,57  | Vörösréz            | 8960                                  |
| 2.Hasáb | 2709,10  | Alumínium           | 2700                                  |
| Henger  | 7247,52  | Vas                 | 7870                                  |

A hibaszámítások alapján nagyon jó eredményeket kaptam, a mért adatok nagyjából megegyeznek az irodalmi adatokkal. Természetesen van eltérés az értékek között, hiszen én is hibázhattam amikor leolvastam őket, valamint az eszközök sem mérnek teljes pontossággal. Ezenkívül a pontatlanság adódhatott abból is, hogy a víz nem pont 20°C-os volt a teljes mérés alatt, valamint szennyeződés is kerülhetett bele. Illetve a testek fémekből készültek, tehát bizonyos mértékben oxidálódnak a levegőn és a kialakult oxidréteg miatt változhat a sűrűségük. Nem tudni továbbá, hogy a használt próbatestek tiszta fémek voltak-e, vagy valamiféle ötvözetek.

Pontosság szempontjából a Mohr-Westphal mérleget mondanám megbízhatóbbnak, ha a mérés végig ideális körülmények között zajlik. Ezenkívül előnye ennek a mérésnek, hogy tetszőleges forgástest alakú mintának meg tudjuk határozni a sűrűségét. Akadály viszont, hogy csak 20g-ig tudunk vele mérni. Ezzel szemben a közvetlen mérésnél a mintáknak szabályosnak kell lenniük, valamint a hiba is nagyobb lehet a hibaterjedés miatt.

Ennek ellenére a kapott méréseimet összehasonlítva az irodalomban talált adatokkal, pontosabb eredményeket kaptam a közvetlen módszerrel.