Jegyzőkönyv

A lineáris erőtörvény vizsgálata

Mérési adatok:

Mérést végezte: Takács Roxána
Mérőtárs neve: Graning Sára (1. mérőpár)
Mérés időpontja: 2019.02.28.
Jegyzőkönyv leadásának dátuma: 2019.03.07.

A mérés célja:

Az $F = Dx$ lineáris összefüggés igazolása statikus és dinamikus méréssel, és a mért adatokból meghatározni a "D" direkciós állandót két különböző rugóállandójú rugóra.

A mérőeszközök

- Mérőállvány mozgatható helyzetjelző csúszkákkal
- Két eltérő rugóállandójú rugó
- súlyok, egyenként 50 g tömegűek
- stopperóra
- fém mérővonalzó

A mérés menete

A két különböző rugóállandójú rugóra külön-külön végeztem el a méréseket. A mérőállványra a mérés kezdetekor már rá volt akasztva a fém mérővonalzó, valamint a két helyzetjelző csúszka is a helyén volt. Először megmértem a rugók hosszát nyújtatlan állapotban. A mért hosszhoz beállítottam az első helyzetjelzőt, úgy hogy a helyzetjelzőn feltüntetett vonal, valamint a rugó végére erősített mutató egy vonalba estek. Ezután 50 g-onként növelve, a rugó végén található kampóra akasztottam fel a súlyokat. Ekkor a a lejjebb került mutatóhoz állítottam be a második helyzetjelzőt. Mindegyik növelésnél megmértem a rugó megnyújtott hosszát, illetve megállapítottam a megnyúlás mértékét.

Ezután vizsgáltam a rezgésidőket. Minden újabb súly felakasztásánál megmértem stopperórával 10 rezgés idejét háromszor, hogy pontosabb értéket kapjak. Ebből kiszámoltam az átlagot és annak vettem a tizedét a számításoknál.

Mérési adatok

Statikus mérés:

1. rugó

X_o [cm]
43

Tömegek [g]	Helyzetjelző helye [cm]	Megnyúlás [cm]
50	41,30	1,70
100	39,30	3,70
150	37,40	5,60
200	35,75	7,25
250	33,90	9,10
300	32,40	10,60

1. rugó

X_o [cm]
43,7

Tömegek [g]	Helyzetjelző helye [cm]	Megnyúlás [cm]
50	39,10	4,60
100	34,80	8,90
150	30,50	13,20
200	26,10	17,60
250	21,70	22,00
300	17,10	26,60

Dinamikus mérés:

Mindkét rugónál úgy számoltam ki az átlagos periódusidőt, hogy összeadtam a háromszori mérésből kapott periódusidőt, majd elosztottam 3-mal. Mivel minden mérésnél 10 rezgés idejét mértem, ezért ezt a kapott átlagot még el kellett osztanom 10-el, hogy megkapjam egy rezgés idejét.

1. rugó

Tömegek	10 T_1 [s]	10 T_2 [s]	10 T_3 [s]	Átlag [s]	T [s]
50	2,91	2,98	3.02	2,97	0,297
100	3,48	3,50	3,67	3,55	0,355
150	4,19	4,09	4,29	4,19	0,419
200	4,87	4,71	4,75	4,77	0,477
250	5,60	5,40	5,35	5,45	0,545
300	6,03	5,96	6,03	6,00	0,600

2. rugó

Tömegek	10 T_1 [s]	10 T_2 [s]	10 T_3 [s]	Átlag [s]	T [s]
50	4,31	4,21	4,28	4,26	0,426
100	5,81	5,75	5,88	5,81	0,581
150	7,13	7,03	7,13	7,09	0,709
200	8,10	8,15	8,18	8,14	0,814
250	9,00	8,81	8,88	8,89	0,889
300	9,78	9,45	9,35	9,52	0,952

Kiértékelés

Statikus mérés

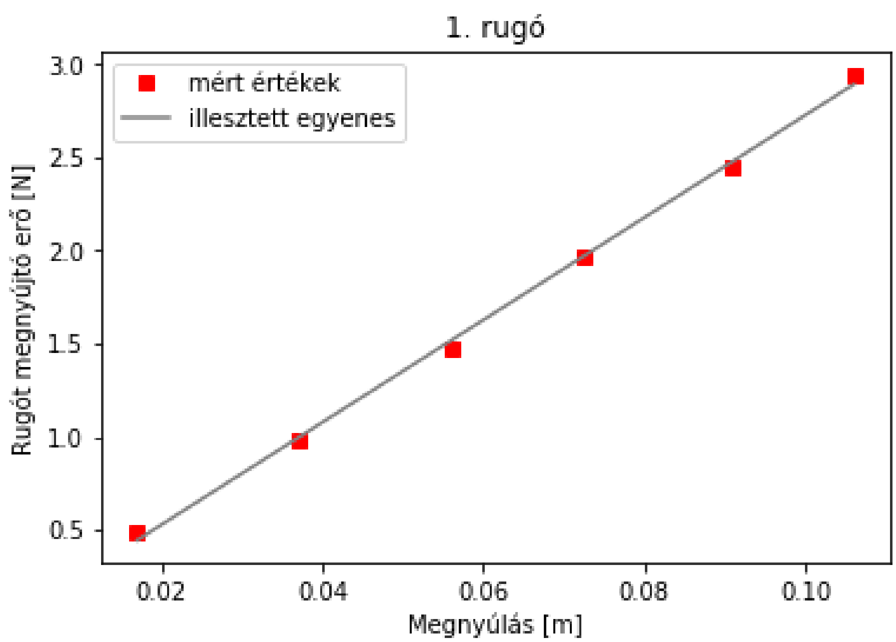
Először a statikus méréssel viszgáltam a rugók megnyúlását. Statikus terhelés esetén vizsgálhatjuk az $F_i = m_i g$ összefüggést, ahol m a rugóra akasztott súlyok tömege. A Hooke-törvény azt mondja, hogy a rugó megnyúlása arányos a rugót megnyújtó erővel, az arányossági tényező pedig a rugóállandó, amit D-vel jelölünk. Ebből felírható az $F = Dx$ összefüggés. Tehát, ha egyenest illesztünk az F_i és x_i pont párokra, akkor a kapott egyenes meredeksége megadja a D-t.

A rugót megnyújtó erő kiszámítása:

Szükséges adat:
$g = 9,81\ \frac{m}{s^2}$
Az $F_i = m_i g$ összefüggésből kiszámoltam mindkét rugóra az erőket a tömegek függvényében. Ezután az illesztett egyenes egyenletéből kiszámoltam az illesztésnek megfelelő erőt (behelyettesítettem az x helyére). Az illesztésnél kapott erőkből kivontam a mért erőket, ebből kaptam meg a ΔF-et.

1. rugó

Tömegek [g]	Megnyúlás: x [m]	F(mért) [N]	F(illesztett) [N]	ΔF [N]
50	0,0170	0,4905	0,4456	0,0449
100	0,0370	0,9810	0,9953	0,0143
150	0,0560	1,4715	1,5174	0,0459
200	0,0725	1,9620	1,9709	0,0089
250	0,0910	2,4525	2,4794	0,0269
300	0,1060	2,9430	2,8916	0,0514

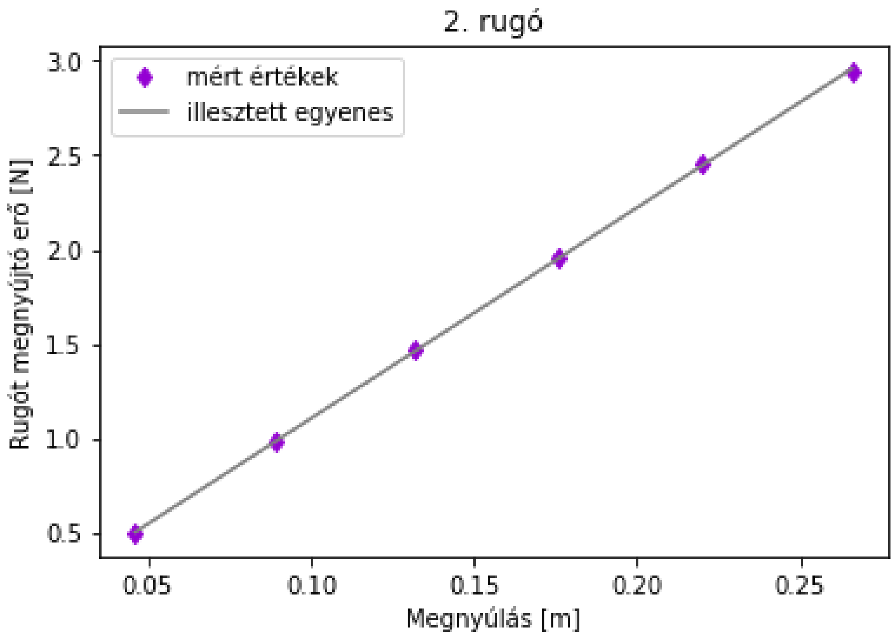


Az illesztett egyenes egyenlete: $F_1 = 27,4832x - 0,0215$
Ebből leolvashatjuk az egyenes meredekségét, ami egyenlő a rugóállandóval.

$$D = 27,4832\ \frac{N}{m}$$

2. rugó

Tömegek [g]	Megnyúlás: x [m]	F(mért) [N]	F(illesztett) [N]	ΔF [N]
50	0,0460	0,4905	0,5013	0,0108
100	0,0890	0,9810	0,9815	0,0005
150	0,1320	1,4715	1,4617	0,0098
200	0,1760	1,9620	1,9531	0,0089
250	0,2200	2,4525	2,4445	0,008
300	0,2660	2,9430	2,9582	0,0152



Az illesztett egyenes egyenlete: $F_2 = 11,1679x - 0,0124$
Ebből leolvashatjuk az egyenes meredekségét, ami egyenlő a rugóállandóval.

$$D = 11,1679\ \frac{N}{m}$$

Dinamikus mérés:

Második mérésnél a rugók rezgés idejét vizsgáltam. Ebben az esetben a rezgés periódusidejére felírható a következő összefüggés:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\mu}{D}}$$

A rugó m tömegű terhelés mellett:

$$m = \frac{T^2}{4\pi^2}D - m_{eff}$$

ahol az $m_{eff} = \frac{m_{rugó}}{3}$ a rugó effektív tömege.
Bevezetjük a $\mu = m$ és $\xi = \frac{T^2}{4\pi^2}$ jelöléseket:

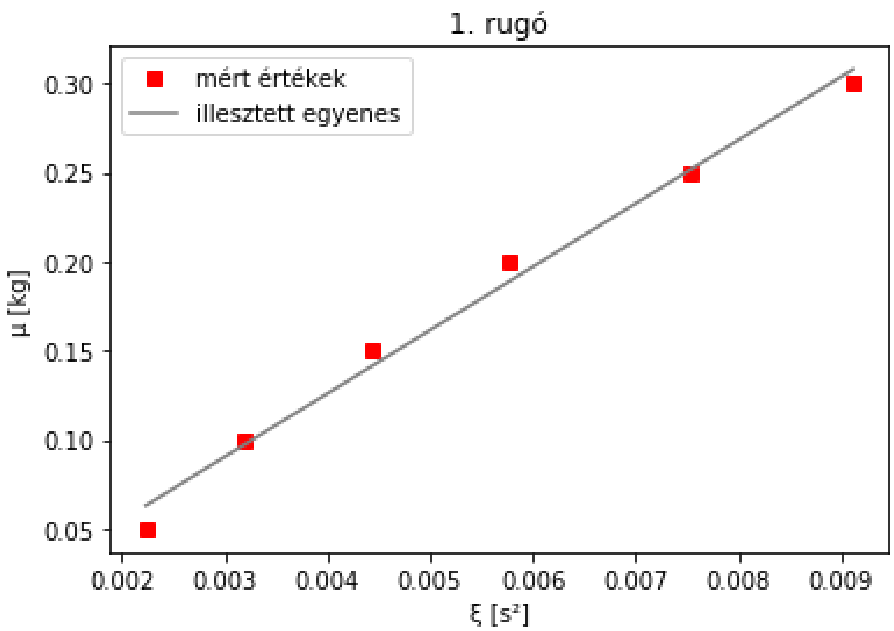
$$\mu = \xi D - m_{eff}$$

Ezen összefüggések alapján a periódusidőből kiszámoltam a ξ értékeket.

1. rugó

μ [g]	ξ [s^2]	$\mu(illesztett)[g]$	$\Delta\mu$ [g]
50	0,00223436	63,18	13,18
100	0,00319225	97,23	2,77
150	0,00444701	141,83	8,17
200	0,00576337	188,62	11,38
250	0,00752373	251,20	1,20
300	0,00911890	307,91	7,91

Ábrázoltam a μ_i és ξ_i pontokat, majd ezekre egyenest illesztettem , hogy megnézzem érvényes-e az $F = Dx$ lineáris összefüggés, ugyanis ha μ és ξ kapcsolata lineáris, az a D állandóságát, azaz a terheléstől való függetlenségét jelenti. Az illesztett egyenes egyenletéből kiszámoltam az illesztésnek megfelelő tömeget (behelyettesítettem az ξ helyére). Az illesztésnél kapott tömegekből kivontam a rugóra akasztott súlyok tömegét, ebből kaptam meg a $\Delta\mu$-t.

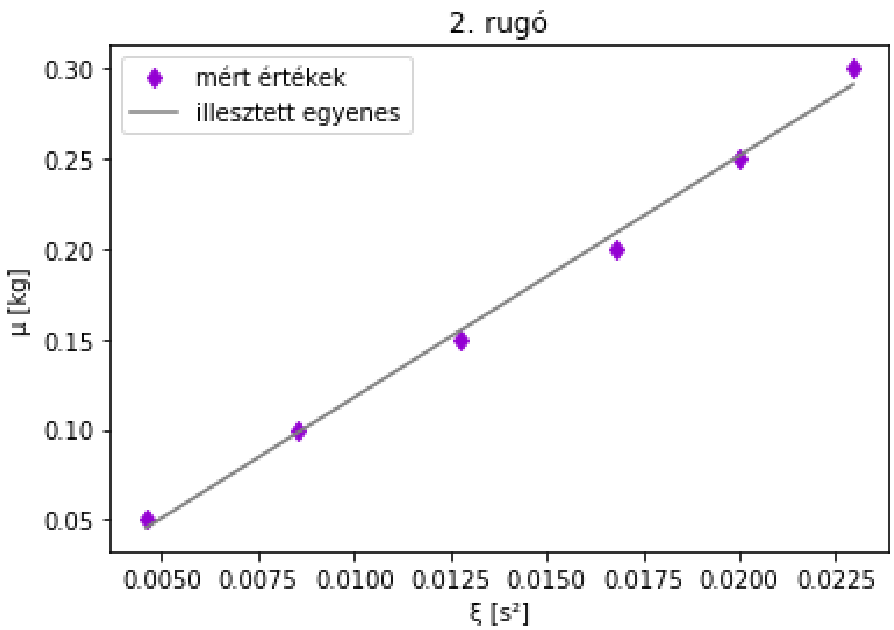


Az illesztett egyenes egyenlete: $\mu_1 = 35,5479\xi - 0.01624$
Ebből leolvashatjuk az egyenes meredekségét, ami egyenlő a rugóállandóval.

$$D = 35,5479\ \frac{N}{m}$$

2. rugó

μ [g]	ξ [s^2]	$\mu(illesztett)[g]$	$\Delta\mu$ [g]
50	0,00459684	45,58	4,42
100	0,00855052	98,45	1,55
150	0,01273305	154,39	4,39
200	0,01678375	208,57	8,57
250	0,02001906	251,84	1,84
300	0,0229569	291,11	8,89



Az illesztett egyenes egyenlete: $\mu_1 = 13,3746\xi - 0.0159$
Ebből leolvashatjuk az egyenes meredekségét, ami egyenlő a rugóállandóval.

$$D = 13,3746\ \frac{N}{m}$$

Hibaforrások, Hibaszámolás

Hibaforrások a statikus mérésnél:

- Nem volt pontos a megnyúlás mértékének leolvasása (a rugó még mozgott kicsit)

Hibaforrások a dinamikus mérésnél:

- Emberi reakcióidő a stopperóra indításánál és leállításánál (elsősorban a kis súlyokkal való méréseknél lehet nagy eltérés)

Hibaszámolás statikus mérésnél:

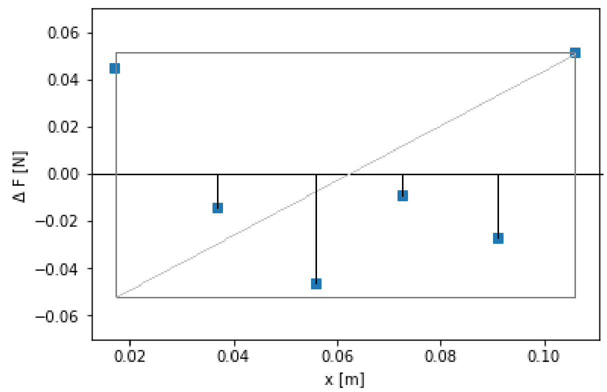
A hibaszámítást téglalapmódszerrel végeztem. A mért F erőből, kivontam az illesztett F erőt. Ezt az értéket jelöltem ΔF-el (*a kiértékelésnél már beírtam a táblázatba*). Ezek közül kiválasztottam a legnagyobb eltérést és megszoroztam 2-vel. Ez lett a "téglalap" magassága. Ezután az utoljára mért pont x koordinátájából kivontam az első mért pont x koordinátáját. EZ lett a "téglalap" hossza. A kapott magasságot elosztottam a kapott szélességgel. Ezzel megkaptam a meredekség hibáját.

1. rugó

A kapott legnagyobb ΔF értéke: 0,0514 N
Az utoljára mért pont x koordinátájából kivonva az első mért pont x koordinátáját: 0,089 m

Ebből a hiba:

$$\frac{2 \cdot M_{téglalap}}{Sz_{téglalap}} = \frac{2 \cdot 0,0514\ N}{0,089\ m} = 1,1550\ \frac{N}{m}$$

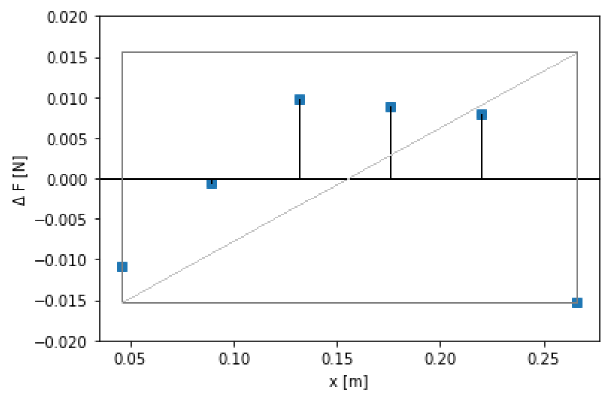


2. rugó

A kapott legnagyobb ΔF értéke: 0,0152 N
Az utoljára mért pont x koordinátájából kivonva az első mért pont x koordinátáját: 0,22 m

Ebből a hiba:

$$\frac{2 \cdot M_{téglalap}}{Sz_{téglalap}} = \frac{2 \cdot 0,0152\ N}{0,22\ m} = 0,1381\ \frac{N}{m}$$



Hibaszámolás dinamikus mérésnél:

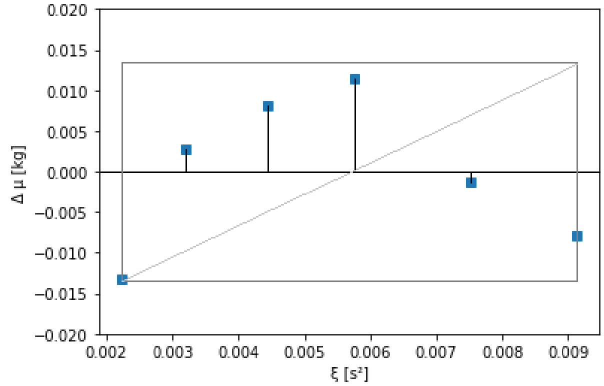
A hibaszámítást itt is téglalapmódszerrel végeztem. A súlyok tömegéből μ, kivontam az illesztett tömeg értékeket. Ezt az értéket jelöltem $\Delta\mu$-el (*a kiértékelésnél már beírtam a táblázatba*). Ezek közül kiválasztottam a legnagyobb eltérést és megszoroztam 2-vel. Ez lett a "téglalap" magassága. Ezután az utoljára mért pont x koordinátájából (ξ értékéből) kivontam az első mért pont x koordinátáját (ξ értékét). Ez lett a "téglalap" hossza. A kapott magasságot elosztottam a kapott szélességgel. Ezzel megkaptam a meredekség hibáját.

1. rugó

A kapott legnagyobb $\Delta\mu$ értéke: 0,01318 kg
Az utoljára mért pont x koordinátájából kivonva az első mért pont x koordinátáját: 0,00688454 s^2

Ebből a hiba:

$$\frac{2 \cdot M_{téglalap}}{Sz_{téglalap}} = \frac{2 \cdot 0,01318\ kg}{0,00688454\ s^2} = 3,8288\ \frac{kg}{s^2}$$

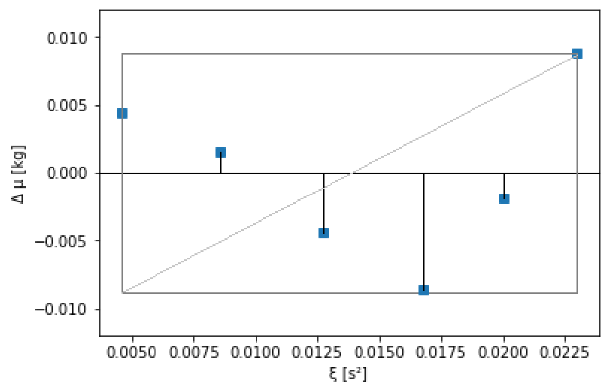


2. rugó

A kapott legnagyobb ΔF értéke: 0,00889 kg
Az utoljára mért pont x koordinátájából kivonva az első mért pont x koordinátáját: 0,01836 s^2

Ebből a hiba:

$$\frac{2 \cdot M_{téglalap}}{Sz_{téglalap}} = \frac{2 \cdot 0,00889\ kg}{0,01836\ s^2} = 0,9684\ \frac{kg}{s^2}$$



Diszkusszió

Eredménytáblázat (Statikus mérés):

	Direkciós állandó $[\frac{N}{m}]$	Hiba $[\frac{N}{m}]$
1. rugó	27,4832	$\pm\ 1,550$
2. rugó	11,1679	$\pm\ 0,1381$

Eredménytáblázat (Dinamikus mérés):

	Direkciós állandó $[\frac{N}{m}]$	Hiba $[\frac{N}{m}]$
1. rugó	35,5479	$\pm\ 3,8288$
2. rugó	13,3746	$\pm\ 0,9684$

Mindkét rugó esetében meghatároztam a rugóállandót. A statikus és a dinamikus mérésnél az egyik rugónál (1. rugó) nagyobb, a másik rugónál (2. rugó) kisebb hibával tudtam igazolni a lineáris összefüggést a rugó megnyúlása és a megnyúlást okozó erő között. Ez abból következik, hogy az első rugónál a rugóállandó nagyobb volt, így az emberi hiba mértéke is nagyobb lett. Véleményem szerint a statikus mérést pontosabban tudtam elvégezni. Ennek az az oka, hogy ennél a módszernél kisebb az emberi hiba lehetősége, míg a dinamikus mérésnél a kis tömegű súlyok esetén nehéz pontosan mérni a periódusidőt.

Megjegyzés: Az ábrákat és az illesztéseket pythonban készítettem el.