Nehézségi gyorsulás Mérése

Mérést végezte: Varga Bonbien
Mérőtárs neve: Megyeri Balázs
Mérés időpontja: 2008.04.15
Jegyzőkönyv Leadásának időpontja: 2008.04.22

A Mérés célja:
Megmutatni, hogy a szabadon eső testek gyorsulása független a tömegüktől, és a méreteiktől. És kimérni ennek a gyorsulásnak az értékét.

A Mérőeszközök:

- kicsi és nagy acélgolyó
- ejtő, tartó szerkezet elektronikus időmérővel
- tolómérő

A Mérés rövid leírása:

Két különböző méretű vasgolyót, ejtettünk különböző magasságokból. Amikor az adott magasságba feltoltuk az ejtőszerkezetet, azt egy rugóval és csavarral beszorítottuk. Ehhez hozzá volt kapcsolva egy elektronikus mérőeszköz, amely érzékelte, azt amikor kiengedjük a golyót. Ekkor a rá kapcsolt időmérő elkezdett számlálni, majd a leérésnél, egy másik érzékelőre esik, amely egyből megállítja az időmérőt, ezzel meghatároztuk az esés idejét.

Az ejtőszerkeztre rá volt szerelve egy távolságmérő is, amivel megtudjuk mérni az esés magasságát. Bele kell venni azonban a golyó nagyságából, és az esés végét jelző szerkezet magasságából adódó korrekciót is. Mindenhol elegendő volt a nagyobbik golyó helyzeteit meghatározni, hiszen ebből már a kisebb golyó helyzetét kitudjuk számítani. Ezeket az értékeket a későbbiekben adom meg.
Minden magasság esetén egy golyóra 5-5 mérést végeztem.

Mérési adatok:

Először megmértem a felső jel magasságát, ami a golyók nélküli magasságot adja, ezek a h_{fi} magasságok. Ezután beletettem a nagy golyót, és így az esési magasság $1mm$-rel kevesebb, azaz $h_i = h_{fi} - 1mm$. Ezután rá raktam a nagy golyót az alul levő érzékelőre, és megmértem a golyó tetejének a távolságát a talajtól, ez lett $h_o = 0,9cm$. Tehát a nagy golyó által megtett össz út az esés során : $h_{nagy} = h_i - h_0 + 1,9cm$ ahol $1,9cm$ a nagy golyó átmérője. Innen a kis golyó útja az esések során $h_{kicsi} = h_{nagy} + 1,5mm$. Ezeket most tehát foglaljuk táblázatba:

Esés során megtett út

magasság	h_i(cm)	h_{nagy}(cm)	h_{kicsi}(cm)
1.	137,5	138,5	138,65
2.	118,4	119,4	119,55
3.	98	99	99,15
4.	73,3	74,3	74,45
5.	48,7	49,7	49,85

A következőkben a mért idő adatokat adom meg, magasság, esési idő, és az esési idő négyzetét is. Mivel majd később kelleni fog.

Mérési adatok a nagy golyóra

h_{nagy}(cm)	idő(s)					átlag(s)	t^2(s)
1.	0,533	0,532	0,532	0,532	0,533	0,5324	0,283
2.	0,493	0,494	0,494	0,494	0,492	0,4934	0,243
3.	0,449	0,449	0,448	0,449	0,449	0,4488	0,201
4.	0,389	0,391	0,389	0,39	0,392	0,3902	0,152
5.	0,322	0,318	0,319	0,318	0,318	0,319	0,102

A másik golyóra a mérési adatok:

Mérési adatok a kis golyóra

h_{kicsi}(cm)	idő(s)					átlag(s)	$t^2(s^2)$
1.	0,535	0,533	0,533	0,532	0,533	0,5332	0,284
2.	0,493	0,494	0,493	0,495	0,494	0,4938	0,244
3.	0,448	0,45	0,451	0,451	0,45	0,45	0,202
4.	0,392	0,389	0,39	0,39	0,39	0,3902	0,152
5.	0,32	0,319	0,319	0,319	0,319	0,3192	0,102

Mérési adatok értékelése:

A mérés leírásában megtaláljuk az alábbi összefüggést:

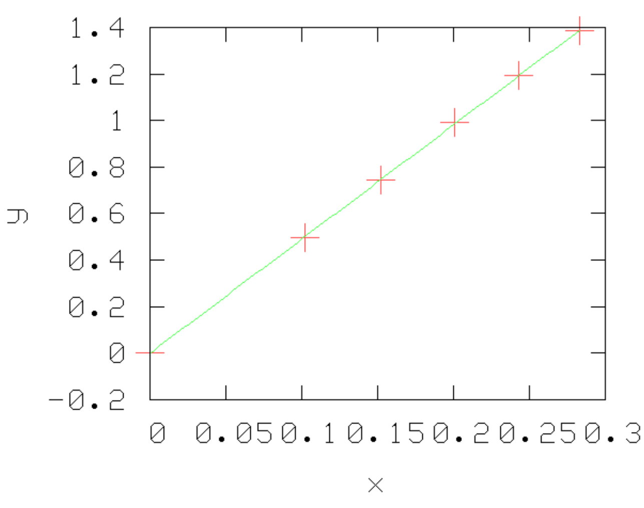
$$h = \frac{g}{2}t^2$$

Annak kellene tehát teljesülnie, hogy az (t^2, h) pontpárok egy egyenesen vannak, és amint látjuk ennek az egyenesnek a meredeksége éppen a mérendő nehézségi gyorsulás fele lesz. A $(0, 0)$ pontot is természetesen beleveszzük. Az előző táblázatokból kivéve az adatokat:

pontpárok a nagy golyóra

$t^2(s^2)$	h(m)
0	0
0,283	1,385
0,243	1,194
0,201	0,99
0,152	0,743
0,102	0,497

A pontpárokra a GNUplot programmal illesztettem egyenest:



Az pontokra illesztett egyenes egyenlete:

$$h = 4,908 \cdot t^2 - 0,001$$

A hiba kiszámításához meg kell határoznunk a $\Delta h = h - h_{ill}$, ahol h_{ill} az illesztett egyenes egyenletéből kiszámolt értékek. Ezeket az alábbi táblázatba foglaljuk:

illesztett és mért értékek a nagy golyóra

$t^2(s^2)$	h(m)	h_{ill}(m)	$h - h_{ill} = \Delta h$(m)
0	0	-0,00103	-0,001
0,283	1,385	1,388	-0,003
0,243	1,194	1,192	0,002
0,201	0,99	0,985	0,005
0,152	0,743	0,745	-0,002
0,102	0,497	0,499	-0,002

A következő oldalakon kézzel is ábrázoltam milliméter papíron, a h magasságot t^2 függvényében, valamint a $h - h_{ill} = \Delta h$-t ugyancsak t^2 függvényében. A második grafikonról a téglalap módszer alapján számolva, leolvashatjuk az illesztett egyenes meredekségének a hibáját: $\text{tg}\alpha_n = 0,035$. Tehát az illesztett egyenes meredeksége: $4,908 \pm 0,035$. Az egyenes meredeksége pont a nehézségi gyorsulás fele,így a nehézségi gyorsulás értéke, a nagy golyó esetén:

$$g_{nagy} = 9,82 \pm 0,07 \ \frac{m}{s^2}$$

A relatív hiba:

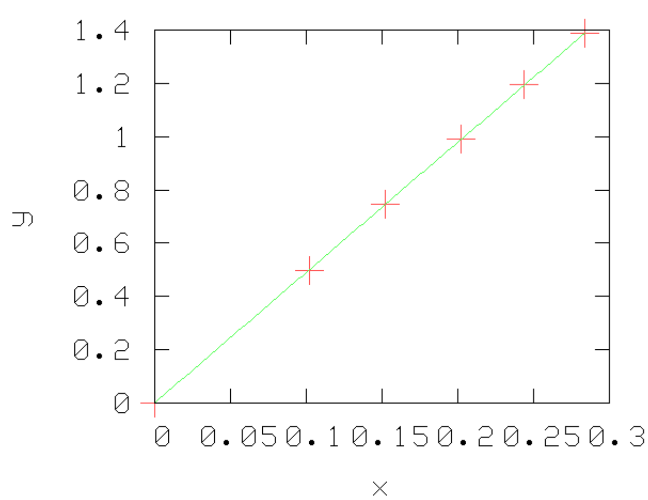
$$\left| \frac{\Delta g_{nagy}}{g_{nagy}} \right| = \frac{0,07}{9,82} \approx 0,7\%$$

Most végezzük el ugyanezt a kisgolyóra:

pontpárok a kis golyóra

$t^2(s^2)$	h(m)
0	0
0,284	1,3865
0,244	1,1955
0,202	0,9915
0,152	0,7445
0,102	0,4985

Ezekre az adatpárokra a GNUplot programmal illesztettem egyenest:



A pontokra illesztett egyenes egyenlete:

$$h = 4,891 \cdot t^2$$

Hasonlóan az előzőekhez az illesztett és mért adatok különbsége, a hiba érték meghatározásához:

illesztett és mért értékek a nagy golyóra

$t^2(s^2)$	h(m)	h_{ill}(m)	$h - h_{ill} = \Delta h$(m)
0	0	0	0
0,284	1,3865	1,3890	-0,0025
0,244	1,1955	1,193	0,0021
0,202	0,9915	0,988	0,0035
0,152	0,7445	0,7434	-0,0011
0,102	0,497	0,499	-0,002

A milliméter papíros ábráról, letudjuk olvasni az illesztett egyenes meredekségének a hibáját. Az ábra alapján: $\mathrm{tg}\alpha_k = 0,025$, vagyis az illesztett egyenes meredeksége: $4,891 \pm 0,025$. Tehát a nehézségi gyorsulás értéke, a kis golyó esetében:

$$g_{kicsi} = 9,78 \pm 0,05 \ \frac{m}{s^2}$$

A relatív hiba:

$$\left| \frac{\Delta g_{kicsi}}{g_{kicsi}} \right| = \frac{0,05}{9,78} \approx 0,5\%$$

Hibaforrások:

- Nem tudjuk meghatározni az esés során megtett utat, mivel a golyók kezdő és vég helyzeteit nem tudjuk meghatározni.
- A szabadon eső golyókra is hat természetesen a közegellenállás, de ezt elhanyagolhatjuk.
- Amikor megszüntetjük a rögzítést a golyónak lesz víszintes elmozdulása és ezért nem pont függőlegesen esik.

Diszkusszió:

A mérés során láthatóan igen nagy pontossággal igazoltuk, hogy a szabadon eső testek gyorsulása (közegellenállástól most eltekintünk) független az eső testek tömegétől és geometriájától. Sőt meg is határoztuk a gyorsulásuk értékét.
Amint azt a korábbi tanulmányainkból ismerjük, ez az érték a föld minden pontján más és más, de kis területen a változása elhanyagolható. Az irodalomban található budapestre vonatkozó értékét az alábbi táblázatban összehasonlíthatjuk, az álalunk mért értékkel:

ereménytáblázat

$g \pm \Delta g \ (m/s^2)$	$g_{irodalom} \ (m/s^2)$
9,82± 0,07 9,78± 0,05	9,81

Tehát láthatjuk, hogy a mérési eredményeink igen pontosak, hiszen az irodalmi adatoktól való eltérésük a hibahatáron belül van.