

Forgómozgás vizsgálata

Mérést végezte: Varga Bonbien

Mérőtárs neve: Megyeri Balázs

Mérés időpontja: 2008.02.26

Jegyzőkönyv Leadásának időpontja: 2008.03.04

A Mérés célja:

A mérés során rendelkezésre bocsájtott eszközök segítségével, egy rúdnak és egy korongnak egy bizonyos tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatékának kiszámítása és ezek összehasonlítása az elméleti úton levezetett kifejezésekből a tárgy adatainak felhasználásával kapottakkal, valamint a forgómozgás alapegyenletének igazolása, és ezek után a mérések során előforduló hibák becslése.

A Mérőeszközök:

- Eszköz melyben rögzítjük a mintát az ellátott forgástengellyel
- A forgástengelyhez rögzített könnyű tárcsa, melyre fonalat tudunk feltekerni
- Egy küllős kerékkel ellátott elektronikus mérőeszköz, mellyel a fonál mozgását tudjuk vizsálni
- Egy számítógép, mely a mérőeszköz által mért adatokat feldolgozza, és megjeleníti
- 10db. a fonál végére függeszthető hitelesített 50g-os súly
- 1db. táramérleg
- 1db. tolómérő
- 1db. fémvonalzó

A Mérés rövid leírása:

A forgástengelyt, és a hozzá tartozó korongot rögzítettem a mérőberendezéshez. Feltekertem a kis tárcsára a fonalat, törekedtem arra, hogy egy rétegben legyen feltekerve. Ezután, a fonál végére súlyokat rögzítettem. Először 150g-ot, majd egyre többet. 300g-ig ötvenesével, majd 300g-tól 500g-ig százasaival haladtam. A súlyokat ezután elengedtem. Miután ennek hatására a korong elkezdett gyorulva forogni, megnyomtam a számítógépen a start gombot, és ezzel az elektronikus mérőeszköz sebesség adatai, elkezdtek megjelenni a képernyőn. Mielőtt a fonál teljesen letekeredett volna a tárcsáról megállítottam az adatfelvételt. A kapott sebesség értékekre a számítógépes program segítségével egyenest illesztettem és a program kiírta az egyenes meredekségét, ami éppen a fonál gyorsulása volt. Minden különböző elrendezésben három mérést végeztem. A három mérés elvégzésével, több súlyt raktam a fonálra a fent említett módon. Így összesen hat elrendezés lett. Ezen mérések elvégzése után a másik mintára, a rúdra ugyanezeket a méréseket elvéztem, csak annyi volt a különbség, hogy 150g-tól, 400g-ig végig ötvenesével pakoltam a fonálra a súlyokat.

Miután mindezt elvégeztem, a tolómérő segítségével megmértem a fonáltárcsák átmérőjét, és azt találtam, hogy a rúd, és a korong fonáltárcsáinak átmérője nem egyezik meg. Ezután a fémvonalzó segítségével megmértem a korong sugarát, és a rúd hosszát, majd ismét a tolómérő segítségével megmértem a rúd sugarát. A mintákat átvittem a táramérleghez, és megmértem a korong, a rúd, valamint a rúd fonáltárcsájának tömegét. sajnos a korong fonáltárcsája rögzített volt, így annak nem tudtam külön megmérni a tömegét.

Mérési adatok:

A Fonáltárcsa adatai

Fonáltárcsa	Korong	rúd
Sugara(r)	0,0035m	0,0025m
Tömege	rögzített volt a koronghoz	0,005kg

A Korong adatai

Korong	adatok
Sugara(R)	0,112m
Tömege	0,925kg

A Korong Vizsgálata

húzó súly(kg)/mérés(m/s^2)	1. mérés	2. mérés	3. mérés	átlag	szöggyorsulás($\beta = \bar{a}/r$)($1/s^2$)
0,15	0,0026	0,0023	0,0024	0,00243	0,694
0,2	0,0035	0,0034	0,0036	0,0035	1
0,25	0,0051	0,0047	0,0045	0,00476	1,36
0,3	0,0058	0,0057	0,0056	0,0057	1,628
0,4	0,0081	0,0083	0,0079	0,0081	2,314
0,5	0,0112	0,0110	0,0108	0,011	3,143

A Rúd adatai

Rúd	adatok
Hossza(l)	0,36m
Sugara(ρ)	0,005m
Tömege	0,220kg

A Rúd vizsgálata

húzó súly(kg)/mérés(m/s^2)	1. mérés	2. mérés	3. mérés	átlag	szöggyorsulás($\beta = \bar{a}/r$)($1/s^2$)
0,15	0,0045	0,0042	0,0041	0,00426	1,704
0,2	0,0052	0,0056	0,0054	0,0054	2,16
0,25	0,0075	0,0078	0,0071	0,00746	2,984
0,3	0,0085	0,0087	0,0090	0,00873	3,492
0,4	0,0115	0,0114	0,0118	0,01156	4,624
0,35	0,0094	0,0097	0,0098	0,00963	3,852

A Mérési adatok kiértékelése:

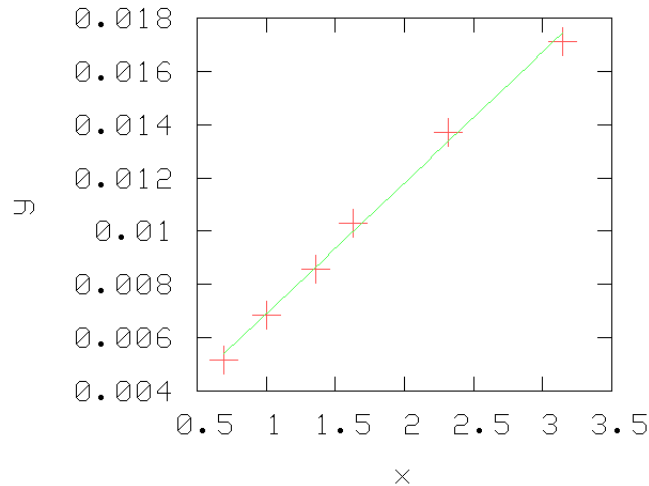
A mérés leírása alapján $y = \Theta x + M_s$. Tehát az $y_i = m_i r (g - r \beta_i)$ mennyiséget kell ábrázolnunk, az $x_i = \beta_i$ függvényében, hiszen az ezen (x_i, y_i) pontokra illesztett egyenes meredeksége lesz a Θ tehetetlenségi nyomaték, és az y tengellyel való metszéspontja adja majd az M_s fékező nyomatékot.

A fenti mérési adatok alapján az (x_i, y_i) adatként (a számolásnál a $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$ nehézségi gyorsulás értéket használtam), és a pontokra a GNUplot program által illesztett egyenes, először a korongra majd a rúdra:

Az adatként a korongra (itt a korongra mért $r = 0.0035m$ -t használtam)

$x = \beta$	$y = m r (g - r \beta)$
0,694	0,00515
1	0,00686
1,36	0,00858
1,628	0,0103
2,314	0,0137
3,143	0,0171

Ezekre az adatokra a GNUplot program által illesztett egyenes:



Az egyenes egyenlete:

$$y = 0,004918 \cdot x + 0,001971$$

Mint már említettük, ennek az egyenesnek a meredeksége a Θ tehetetlenségi nyomaték, és a metszéspontja az y tengely az M_s fékező nyomaték.

Tehát ezek az egyenes fenti egyenlete alapján:

$$M_{s, kor} = 0,001971 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

A hibaszámításhoz ki kell számítanunk, a $\Delta y = y - y_{ill}$ értékeket is. itt y_{ill} az illesztett egyenesből származó értékek:

illesztett és mért értékek korongra

$y(N \cdot m)$	$x(1/s^2)$	$y_{ill}(N \cdot m)$	$y - y_{ill} = \Delta y(N \cdot m)$
0,00515	0,694	0,005384	-0,000234
0,00686	1	0,006889	-0,000029
0,00858	1,36	0,008659	-0,000079
0,0103	1,628	0,009977	0,000323
0,0137	2,314	0,01335	0,00035
0,0171	3,143	0,017428	-0,000328

Az következő két oldalon, az első grafikon mutatja, y -t β függvényében, a második grafikonon, $y - y_{ill} = \Delta y$ -t ábrázoltuk, β függvényében. A második grafikonról, leolvashatjuk, hogy az illesztett egyenes meredekségének a hibája: $\text{tg}\alpha_k = 0,0002858$, így a meredekség: $0,004918 \pm 0,0002858$ ami $0,0049 \pm 0,0003$ Azaz a korong tehetetlenségi nyomatéka:

$$\Theta_{kor., mért} = 0,0049 \pm 0,0003 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

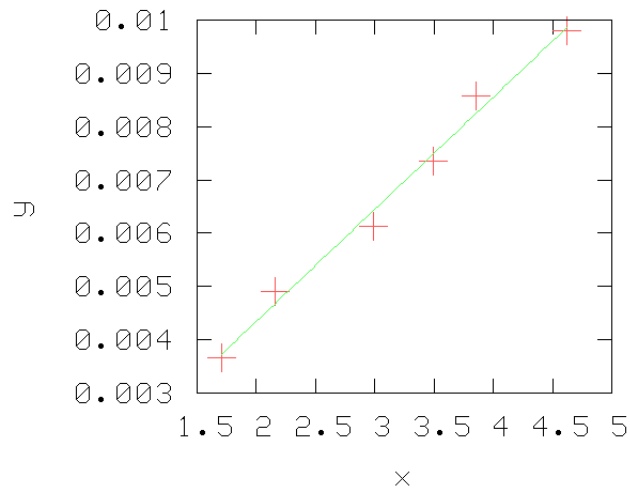
A relatív hiba tehát:

$$\frac{\Delta \Theta_{kor., mért}}{\Theta_{kor., mért}} = \frac{0,0003}{0,0049} \approx 6,1\%$$

Az adatpárok a rúdra(itt a rúdra mért $r = 0,0025\text{m}$ -t használtam)

$x = \beta$	$y = mr(g - r\beta)$
1,704	0,00367
2,16	0,0049
2,984	0,00612
3,492	0,00735
4,624	0,0098
3,852	0,00857

Most ezekre az adatpárokra a GNUplot program által illesztett egyenes:



Az egyenes egyenlete

$$y = 0,002103 \cdot x + 0,000139$$

Ebből a fékező nyomaték:

$$M_{s,rúd} = 0,000139 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Az illesztett és mért értékek különbsége a rúdra:

illesztett és mért értékek rúdra

$y(N \cdot m)$	$x(1/s^2)$	$y_{ill}(N \cdot m)$	$y - y_{ill} = \Delta y(N \cdot m)$
0,00367	1,704	0,00372	-0,00005
0,0049	2,16	0,0047	0,0002
0,00612	2,984	0,00641	-0,00029
0,00735	3,492	0,00748	-0,00013
0,0098	4,624	0,00986	-0,00006
0,00857	3,852	0,00824	0,00033

Hasonlóan a koronghoz, itt is a következő két lap, a két grafikont tartalmazza. A második grafiknról ismét leolvashatjuk, az illesztett egyenes meredekségének a hibáját: $\text{tg}\alpha_r = 0,00026$, így az illesztett egyenes meredeksége: $0,002103 \pm 0,00026$ ami: $0,0021 \pm 0,0003$. Azaz a rúd tehetetlenségi nyomatéka:

$$\Theta_{rúd,mért} = 0,0021 \pm 0,0003 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

A relatív hiba:

$$\frac{\Delta\Theta_{rúd,mért}}{\Theta_{rúd,mért}} = \frac{0,0003}{0,0021} \approx 14,3\%$$

Hibaforrások:

- A hiba a rúdnál azért lehet lényegesen nagyobb a korongénál, mivel a készülék, amelyhez a forgástengelyt rögzítettük, nem volt rögzítve az asztalhoz. És mivel a rúd a nagyobb súlyoknál már sokkal gyorsabban pörög mint a korong, ezért elkezdett egy kicsit csúszni, az egész berendezés.
- Amikor elengedtem a húzószúlyt, akkor az nem egyenesen haladt lefelé, hanem a fonálon himbálódzott.
- Személyes hiba lehet, hogy a számítógépen a stoppert, túl korán vagy túl későn indítottam el.

Számított értékek:

A korong tehetetlenségi nyomatéka:

$$\Theta_{kor,szám} = \frac{1}{2}mR^2 = \frac{1}{2}0,925\text{kg} \cdot (0,112\text{m})^2 = 0,005802 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

A rúd tehetetlenségi nyomatéka:

$$\Theta_{rúd,szám} = \frac{1}{4}m\rho^2 + \frac{1}{12}ml^2 = \frac{1}{4}0,220\text{kg} \cdot (0,005\text{m})^2 + \frac{1}{12}0,220\text{kg}(0,36\text{m})^2 = 0,0024 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

A tömegmérés bizonytalanságát a leírás szerint a tengely és a fonáltárcsa együttes tömegével kell azonosnak venni. Mivel nem állt rendelkezésre külön fonáltárcsa, ezért a rúd fonáltárcsáját a tengellyel együtt kivettem, és annak a tömegét mértem le. Így a rúd tömegének nincs bizonytalansága.

A koronghoz hozzá volt rögzítve mind a fonáltárcsa, mind a tengely. de ennek a fonáltárcsának a sugara nagyobb volt, és nehezebbnek is tűnt mint a rúdé. így ennek tömegét $\Delta m_{kor} = 10\text{g} = 0,01\text{kg}$ -ra becsülöm.

A leírás szerint a relatív hiba:

$$\frac{\Delta\Theta_{kor,szám}}{\Theta_{kor,szám}} = \frac{\Delta m_{kor}}{m_{kor}} = \frac{0,01 \text{ kg}}{0,925 \text{ kg}} \approx 1,08\%$$

Tehát a $\Delta\Theta_{szám}$:

$$\Delta\Theta_{kor,szám} = \frac{\Delta m_{kor}}{m_{kor}}\Theta_{kor,szám} = 0,000063 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Az eltérések a számított és mért értékek közt:

$$20,7\% > 1 - \frac{\Theta_{kor,mért}}{\Theta_{kor,szám}} > 10,3\%$$

$$21,7\% > 1 - \frac{\Theta_{rúd,mért}}{\Theta_{rúd,szám}}$$

Láthatóan a mért eredmény és számított eredmények között igen nagy is lehet az eltérés de a lehetséges mérési pontosság határán belül vannak.(A nagy pontatlanságot, főleg az okozhatja, hogy nem volt rögzítve a berendezés, és így csúszkált).

Diszkusszió:

A mérés során láthatóan igazoltuk, a forgatónyomatékok és a szöggyorsulás közötti lineáris összefüggést, amely nem más mint a forgómozgás alapegyenlete. Továbbá meghatároztuk a mérési eredményekből a minták(rúd és korong) tehetetlenségi nyomatékait. Ezeket a végén összevetettük a számolással kapott eredményekkel, és láthattuk, hogy az eltérés a körülményekhez képest nem túl nagy.