

Állóhullám Kötélen

Mérést végezte: Varga Bonbien

Mérőtárs neve: Megyeri Balázs

Mérés időpontja: 2008.03.18

Jegyzőkönyv Leadásának időpontja: 2008.04.01

A Mérés célja:

Állóhullámok megfigyelése, és hullámok terjedésére jellemző adatok kimérése mint a terjedési sebesség, hullámhossz stb. továbbá a hullámok terjedésére jellemző fontos összefüggések igazolása.

A Mérőeszközök:

- Egy vastag és egy vékony kötél
- mérőszalag
- analitikai mérleg a fonál tömegének a méréséhez
- hitelesített súlyok
- vibrátor, melynek frekvenciája és amplitúdója változtatható

A Mérés rövid leírása:

A Mérést két különböző kötéllal kellett elvégezni. Az egyik vékony kötél volt a másik egy vastagabb. Először a vastagabb kötéllal mértem.

A kötél egyik végét ráérősítettem a vibrátorra, a másik végét pedig a csigán át vittem. Erre a végére 90g-ot akasztottam. A vibrátor amplitúdóját közepesre állítottam, és a frekvenciát folyamatosan változtattam. Addig változtattam, amíg a megfelelő számú csomópontok ki nem alakultak. Amikor megvolt a csomópont, finoman tovább változtattam a frekvenciát addig amíg kialakuló hullámoknak maximális nem volt az amplitúdójuk. Ezt a sajátfrekvenciát lejegyeztem, és le föl tekertem, egy kicsit, hogy megnézem milyen frekvencia tartományon kapjuk ugyanezt az eredményt. Ez lesz a mérés bizonytalansága.

A leírás alapján a mérést 1,2,3,4 és 5 csomópont esetén végeztem el. Az ennek megfelelő n értékek: $n = 2, 3, 4, 5, 6$. Megmértem még a fonálnak azt a hosszát amely rezgéseket végzett, erre $L = 1.48m$ adódott.

Ezek után a vastag fonalat leszedtem, és kicseréltem a vékonyabb fonálra. Ezt az előző méréshez hasonlóan rögzítettem a vibrátorhoz és a másik végét a csigán átvitettem. Most viszont először 50g-ot akasztottam rá, majd 20g-jával felmentem 170g-ig. Minden súlynál egy mérést végeztem. A leírásban amit az interneten találtam ott az szerepel, hogy minden súlynál háromszor kell mérni, de amikor mérést csináltam nem voltam biztos benne, hogy hányat kell. Arra gondoltam, hogy itt nincs értelme több mérést végezni, mert így is úgy is ugyanarra a frekvenciára fogunk jutni..., és el is olvastam laboratóriumban a leírást a mérésről, és ott az szerepelt, hogy csak egyszer kell minden súlynál. Így tehát csak egyszer mértem minden súlynál és nem háromszor!

Itt mindegyik súlynál 2 csomópontot kellett csinálni. Azaz ennél a mérésnél $n = 3$ állandó.

A vékony fonállal történt mérés után, a megadott másik ugyanolyan anyagból készült vékony fonál hosszát lemértem, és analitikai mérleggel megmértem a tömegét. Ezekből megtudjuk határozni a vékony fonálra jellemző μ lineáris sűrűséget.

Mérési adatok:

Először a vastag fonálra mért adatokat írom le. Itt a frekvencia várt értékére használjuk, fel a hullámtanból ismert összefüggést:

$$f_{k+1} = f_k \cdot \frac{n_{k+1}}{n_k}$$

A hullám v terjedési sebességét pedig az alábbi összefüggésből számoltam ki:

$$v = \lambda_n \cdot f_n = \frac{2L}{n} \cdot f_n$$

Tehát az adatok:

Adatok a vastag fonálra

f/n	2	3	4	5	6
$f_{min}(\text{Hz})$	9,6	14,4	19,4	24,3	29,6
$f(\text{Hz})$	9,8	14,7	19,8	24,6	29,7
$f_{max}(\text{Hz})$	9,9	14,9	20,1	24,8	29,9
f várt értéke(Hz)	-	14,7	19,6	24,75	29,52
v sebesség(m/s)	14,504	14,504	14,652	14,563	14,652

Most az adatok a vékony fonálra:

n végig állandó: $n = 3$

Adatok a vékony fonálra

súly tömege(g)	50	70	90	110	130	150	170
f frekvencia(Hz)	41,7	49,4	56,4	62,4	67,9	73,1	77,8

A mért vékony fonál hossz, tömege, és ez alapján a μ lineáris sűrűsége:

Vékony fonál adatai

Hossz(m)	tömeg(g)	μ (kg/m)
4,12	1,18	$2,86 \cdot 10^{-4}$

A Mérési adatok értékelése:

Először a vastag fonálra mért adatokat tárgyaljuk. Ebben az esetben a frekvenciákat pontosan megtudtuk határozni. Egyedül a mérési eszköznek volt egy bizonytalansága. Ez a fenti adatokból átlagosan kb. $\Delta f = \pm 0,1 \text{ Hz}$.

A fenti táblázatban megadtam a frekvencia várt értékét is, és láthatóan a mérési eredmények nem nagyon térnek el azoktól.

Azt is láthatjuk, hogy a hullám terjedési sebessége, az összes esetben közel megegyezik függetlenül a frekvenciától. Tehát az csak a feszítő erőtől függ. Ez a függvény kapcsolat pedig $v \sim 1/\sqrt{F}$.

Tehát a méréssel igazolni tudtuk az említett elméleti összefüggéseket.

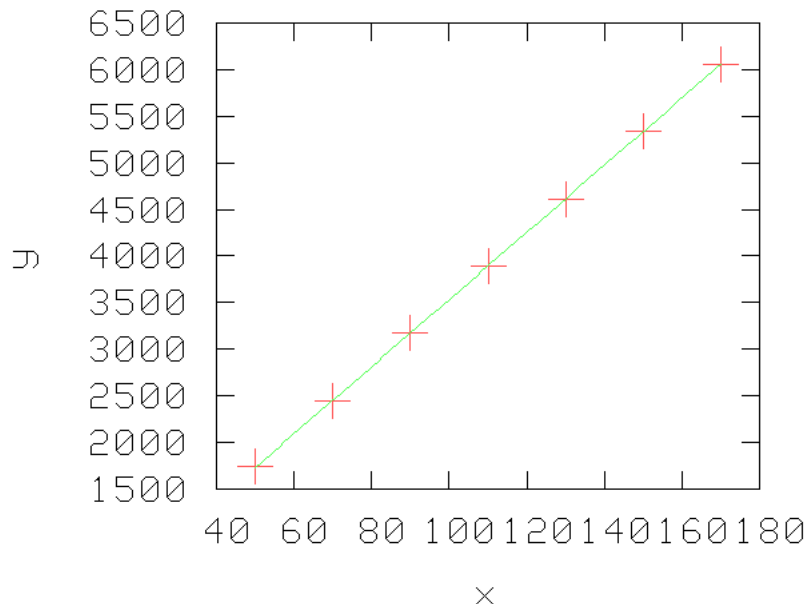
A vékonyabb fonálra vonatkozó mérési eredményeket tárgyaljuk most.

A fenti adatok alapján foglaljuk táblázatba az ábrázolandó (m, f^2) adatpárokat:

frekvencia-tömeg adatpárok

$m(\text{g})$	f^2 (Hz)
50	1738,9
70	2440,4
90	3180,9
110	3893,7
130	4610,4
150	5343,6
170	6051,8

Az adatpárookra a GNUplot programmal illeszttem egyenest:



A kapott egyenes egyenlete:

$$f^2 = 36,026 \cdot m - 68,625$$

A következő oldalon látható a milliméter papíron az ábrázolás.

Tehát az illesztett egyenes meredeksége:

$$a = 36,026 \frac{1}{gs^2}$$

Innen megtudjuk határozni a μ lineáris sűrűséget, a következő képletből:

$$\mu = \frac{n^2 g}{4L^2 \cdot a} = \frac{3^2 \cdot 9,81m/s^2}{4 \cdot (1,48m)^2 \cdot 36,026(1/g s^2)} \approx 2,797 \cdot 10^{-4} \frac{kg}{m}$$

Láthatóan alig van eltérés a mért és számolt μ lineáris sűrűség között.

De az illesztett egyenesről azt várnánk el, hogy az origóban metsze az x tengelyt.

Tekintsük az illesztett egyenes egyenletét, és osszuk le m -mel:

$$\frac{f^2}{m} = 36,026 - \frac{68,625}{m}$$

A jobboldali 'm-es' tag akkor veszi fel a legnagyobb értékét ha m a legkisebb. A mi esetünkben ez 50g volt. nézzük ekkor az értékét ennek a tagnak: $68,625/50 \approx 1,37$. Ez a másik jobboldali 36,026 tagnak az $1,37/36,026 \approx 3,8\%$ -a. Tehát a mérési pontatlanságba belefér. Vagyis mondhatjuk, hogy az f^2/m hányados konstans.

Hibaforrások, hibaszámítás:

Először térjünk ki a hibaforrásokra.

Mindkét mérés esetében, hibát jelentett az, hogy a fonalat nem lehetett rendesen rögzíteni a vibrátorhoz, és emiatt a 'rögzítési' pont nem maradt egy helyben. Ennek az lett az oka, hogy a fonál elkezdett forogni, az eredeti tengelye körül. A hibát még a vibrátor bizonytalansága is okozhatja.

Különösen a második mérésnél okozott gondot, ahogy pakoltuk rá a fonálra az egyre nagyobb tömegeket, az egész mérési elrendezés sajátfrekvenciája ebben a frekvenciatartományban volt. Ebből

következőleg mivel maga a vibrátor nem volt rendesen rögzítve, ezért az kicsit elvándorolt az eredeti helyétől.

Az első mérésnél a várt értékeket az előző mérésből számítottam ki. De ezeknek tudjuk, hogy van hibája. Ez a hiba a frekvencia bizonytalanságából ered, melyről már láttuk, hogy kb $\Delta f = \pm 0,1 \text{ Hz}$. Tehát a várt értékek eltérése: $\pm 0,1 \cdot \frac{n_{k+1}}{n_k}$. A mérési adatokat tartalmazó táblázatból látható, hogy a mérési eredményeink tehát elég pontosak.

A második mérésnél a már fent említett okokból, adódhatnak hibák. Azonban látható a milliméterpapíron valamint a GNUplott ábráján, hogy a pontok közel egy egyenesen helyezkednek el. Azt, hogy az egyenes nem megy át az origón az előző pontban elemeztük, és láthattuk, hogy legrosszabb esetben is csak 3%-os hibája van ennek.

Diszkusszió:

A méréseink során tehát beláttuk, hogy az f^2/m hányados konstans, és az értéke csak a fonál anyagi minőségétől függ. Azt is beláttuk, hogy a hullám terjedési sebessége függetlenül a frekvenciától, csak a fonalat feszítő erőtől függ $v \sim 1/\sqrt{F}$ módon.

A mérés során megmértük továbbá egy fonál lineáris sűrűségét. Tehát a mérési elrendezést arra is használhatjuk, hogy más anyagok lineáris sűrűségét is megmérjük.