A lineáris erőtörvény vizsgálata és a rugóállandó meghatározása

Mérést végezte: Seres Attila, 2019.10.11.

Mérés célja

A spirálrugók esetén a megnyúlás és a rugó által kifejtett erő közötti elsőfokú összefüggés igazolása, ill. az ebben szereplő arányossági tényező (D) kimérése

A mérés menete

A két eltérő minőségű rugót egyre nagyobb súlyokkal terheljük, és minden esetben az alaphelyzeti megnyúlás feljegyzése után a rezgésbe hozott rugó periódusidejét mérjük ki oly módon, hogy a tíz periódus idejéből számolt idő tizedét vesszük.

Mérőeszközök

állvány, 2 rugó, mérőszalag, helyzetjelző, stopperóra

Hibaforrások

A mérőszalag legkisebb osztásköze alapján: 0,5 mm
A stopperóra esetén az emberi reakcióidő alapján: 0,2-0,3 s

Mért adatok:

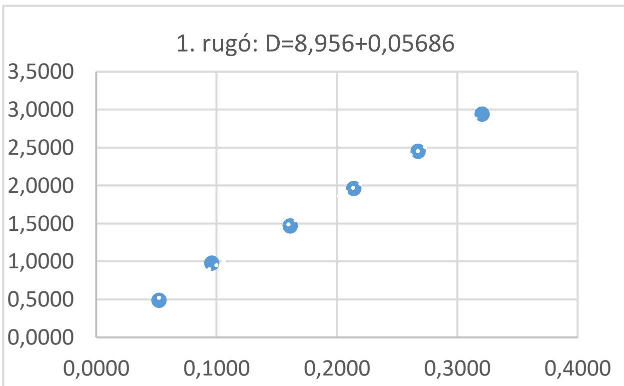
1. rugó	m [g]	x [cm]	10 T_1 [s]	10 T_2 [s]	10 T_3 [s]	$T_{\text{átl}}$ [s]
X_0 [cm]	50	38,30	4,35	4,38	4,22	0,4317
43,50	100	33,90	6,71	6,62	6,70	0,6677
Δx [cm]	150	27,40	8,28	8,10	8,25	0,8210
0,05	200	22,10	9,37	9,31	9,25	0,9310
Δt [s]	250	16,75	10,22	10,63	10,25	1,0367
0,2-0,3	300	11,45	11,50	11,47	11,28	1,1417

2. rugó	m [g]	x [cm]	10 T_1 [s]	10 T_2 [s]	10 T_3 [s]	$T_{\text{átl}}$ [s]
X_0 [cm]	50	41,30	2,66	2,69	2,59	0,2647
43,00	100	39,60	3,81	3,82	3,81	0,3813
Δx [cm]	150	37,90	4,62	4,56	4,75	0,4643
0,05	200	36,20	5,31	5,22	5,22	0,5250
Δt [s]	250	34,55	5,84	5,84	5,75	0,5810
0,2-0,3	300	32,70	6,41	6,41	6,47	0,6430

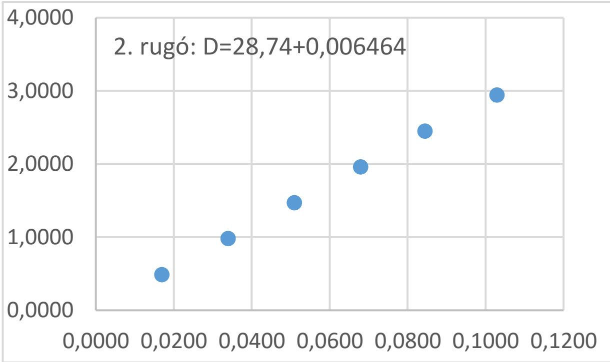
Statikus mérés

Itt a szükséges mértékváltásokkal és a nehézségi gyorsulással való szorzás segítségével felrajzolt terhelés(erő)-megnyúlás ábra meredekségéből kapjuk meg a D-t. A hibaszámítást szimmetrikus téglalap módszerrel végezve megkapjuk a D hibáját is.

x [m]	F [N]	x_{ill} [m]	Δx_{ill} [m]	$\lvert\Delta x_{ill}\rvert$ [m]
0,0520	0,4905	0,04450	0,00750	0,00750
0,0960	0,9810	0,08843	0,00757	0,00757
0,1610	1,4715	0,13236	0,02864	0,02864
0,2140	1,9620	0,17629	0,03771	0,03771
0,2675	2,4525	0,22021	0,04729	0,04729
0,3205	2,9430	0,26414	0,05636	0,05636



x [m]	F [N]	x_{ill} [m]	Δx_{ill} [m]	$\lvert\Delta x_{ill}\rvert$ [m]
0,0170	0,4905	0,0206	0,00356	0,00356
0,0340	0,9810	0,0347	0,00066	0,00066
0,0510	1,4715	0,0488	0,00225	0,00225
0,0680	1,9620	0,0629	0,00515	0,00515
0,0845	2,4525	0,0769	0,00755	0,00755
0,1030	2,9430	0,0910	0,01195	0,01195



$$\Delta D_1 = \frac{2\cdot|\Delta x_{ill.max.}|}{F_{max}-F_{min}} = \frac{2\cdot|0{,}05636|}{2{,}9430N-0{,}4905} = 0{,}04596 \text{ Tehát } D_1 = 8{,}956 \pm 0{,}04596\frac{N}{m}$$

$$\Delta D_2 = \frac{2\cdot|\Delta x_{ill.max.}|}{F_{max}-F_{min}} = \frac{2\cdot|0{,}01195|}{2{,}9430N-0{,}4905} = 0{,}009749 \text{ Tehát } D_2 = 28{,}74 \pm 0{,}009749\frac{N}{m}$$

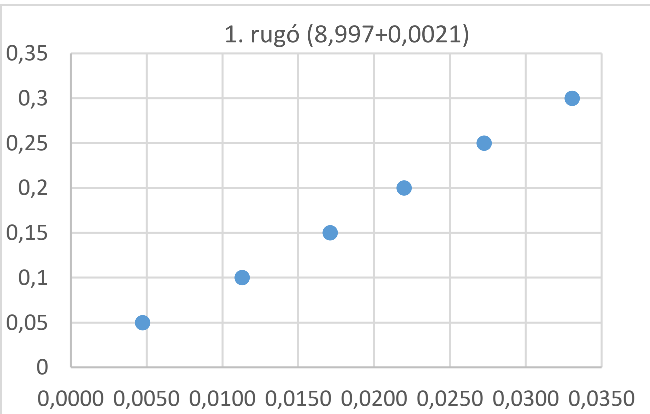
Dinamikus mószer

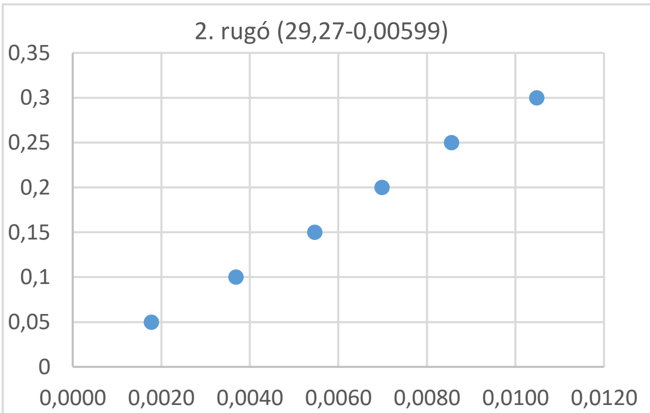
Itt a következő összefüggést használjuk ki: $T = 2\pi\sqrt{\frac{\mu}{D}}$ ahol $D=m_i+m_{eff}$ vagyis a rugó effektív tömegének (ami a rugó valódi tömegének a harmada) ill. a folyamatosan növelt terhelés tömegének az összege. Ekkor $m_i = \frac{T^2}{4\pi^2}D - m_{eff}$ melyet ha egy illesztett egyenes egyenletének veszünk, akkor a meredek-ségének együtthatója a rugóállandó, az x-tengely-metszet ellentetje pedig a rugó effektív tömege.

Mért és számított értékek, grafikonok:

	m_i [kg]	10 T_1 [s]	10 T_2 [s]	10 T_3 [s]	$T_{átl}$ [s]	$T^2/4\pi^2$ [s^2]
1. rugó	0,05	4,35	4,38	4,22	0,4317	0,0047
	0,1	6,71	6,62	6,70	0,6677	0,0113
	0,15	8,28	8,10	8,25	0,8210	0,0171
	0,2	9,37	9,31	9,25	0,9310	0,0220
	0,25	10,22	10,63	10,25	1,0367	0,0272
	0,3	11,50	11,47	11,28	1,1417	0,0330

	m_i [kg]	10 T_1 [s]	10 T_2 [s]	10 T_3 [s]	$T_{átl}$ [s]	$T^2/4\pi^2$[s^2]
2. rugó	0,05	2,66	2,69	2,59	0,2647	0,0018
	0,1	3,81	3,82	3,81	0,3813	0,0037
	0,15	4,62	4,56	4,75	0,4643	0,0055
	0,2	5,31	5,22	5,22	0,5250	0,0070
	0,25	5,84	5,84	5,75	0,5810	0,0086
	0,3	6,41	6,41	6,47	0,6430	0,0105





	m_i [kg]	$T^2/4\pi^2$ [s^2]	$(T^2/4\pi^2)_{ill}$ [s^2]	$\Delta(T^2/4\pi^2)$
1. rugó	0,05	0,0047	0,04460847	0,005391531
	0,1	0,0113	0,10379458	-0,003794584
	0,15	0,0171	0,15586757	-0,005867569
	0,2	0,0220	0,19983238	0,000167619
	0,25	0,0272	0,247264	0,002735998
	0,3	0,0330	0,29944256	0,000557441

	m_i [kg]	$T^2/4\pi^2$[s^2]	$(T^2/4\pi^2)_{ill}$ [s^2]	$\Delta(T^2/4\pi^2)$
2. rugó	0,05	0,0018	0,04599786	0,004002141
	0,1	0,0037	0,10193274	-0,001932743
	0,15	0,0055	0,15402591	-0,004025907
	0,2	0,0070	0,19857062	0,001429375
	0,25	0,0086	0,24453767	0,00546233
	0,3	0,0105	0,30085947	-0,000859472

Hiba és más számítások:

A fent leírt szimmetrikus téglalap módszerrel elvégzett hibaszámítás eredményeképpen a dinamikus mérésből a következő értékek adódnak:

$\Delta D_1 = \frac{2 \cdot |0,005867|}{0,0330s2 - 0,0047s^2} = 0,0414313$ Tehát $D_1 = 8,997 \pm 0,0414313\frac{N}{m}$

$\Delta D_2 = \frac{2 \cdot |0,005462|}{0,0105s^2 - 0,0018s^2} = 1,25466$ Tehát $D_2 = 29,27 \pm 1,25466\frac{N}{m}$

Diszkusszió

Látható, hogy a két eltérő mérési módszerrel nagyságrendileg azonos, tehát ~9 ill. ~29 N/m jött ki a direkciós állandóra. Ez a kétféle mérési módszerünk alkalmazhatóságát megerősíti. A hibaszámítás során viszont normálalakját tekintve hasonló, viszont a 2. rugó esetében két nagyságrendbeli eltérés olvasható ki az eredményeimből. Ennek oka a legnagyobb terhelés (300g) esetén mutatkozó kiugróan „nagy” eltérés a statikus mérés során mért, ill. az ott nyert adatok felhasználásával illesztett egyenes egyenletéből számított megnyúlásértékek között. Ezen „kiugró” eltérés okát azonban utólag nem tudtam megállapítani, csupán annyit, hogy a 2. rugóhoz tartozó ominózus illesztett, illetve mért megnyúlás (x) értékek (nagyságrendje) egyenként illeszkedik a súlyok növelésével kialakuló trendbe.