

Forgómozgás vizsgálata

Mérést végezte:

Seres Attila, 2019.nov.08.

Mérés célja:

A mérés célja egy henger és egy rúd (egy tengelyre vonatkoztatott) tehetetlenségi nyomatékának megállapítása a egyenletesen gyorsuló forgómozgásra érvényes összefüggések segítségével, melyeket a 2 eltérő számítási módszer révén ellenőrizni és igazolni is van módunk: $\theta \cdot \beta = K \cdot r - M_s$ és $m \cdot a = m \cdot g - K$ ahol θ a tehetetlenségi nyomaték, β a szöggyorsulás, K a kötélerő, r a forgótárcsa sugara, M_s a súrlódásból eredő fékező nyomaték, m a húzó súly tömege, a a rendszer gyorsulása és $g=9,81 \text{ m/s}^2$

Méréshez felhasznált eszközök:

fémkorong, fémrúd, csiga, vékony fonál, 50g-os súlyok, digitális mérleg, tolómérő, vonalzó, digitális mérleg, számítógép(Data Studio) Science Workshop 750 Interface

Mérés menete

A függőleges tengelyre rögzítjük a hengert, illetve rudat, majd egy kisebb keresztmetszetű korongot, amire felcsavarjuk a csigán átvett fonalat. Ezután fokozatosan egyre több súlyt akasztunk rá, ami egyre gyorsabban gyorsuló mozgásokat eredményez. Ezt a kis kis korongok kerületi sebességéből számítja ki a Data Studio program, amely a csiga forgásának sebességét méri a Science Workshop 750 Interface segítségével. Az így kapott sebesség-idő grafikonkora egyenest illeszt, melynek meredekségéből megkapjuk a fonál, ill. a kisebb korongok kerületi pontjainak gyorsulását az egyes súlykombinációk esetében.

Mért adatok:

Korong		Fonaltárcsa		Referencia fonaltárcsa	
M [g]	924,0	d [mm]	7,25	m [g]	9,0
D [cm]	22,30				

Rúd		Fonaltárcsa		Referencia fonaltárcsa	
M [g]	224,0	d [mm]	5,30	m [g]	9,0
L [cm]	35,90				
D [mm]	10,00				

Korong			
tömeg [g]	Gyorsulás [m/s ²]		
	1.	2.	3.
150	0,0028	0,0028	0,0028
200	0,0038	0,0038	0,0038
250	0,0050	0,0050	0,0049
300	0,0060	0,0059	0,0060
350	0,0076	0,0070	0,0070

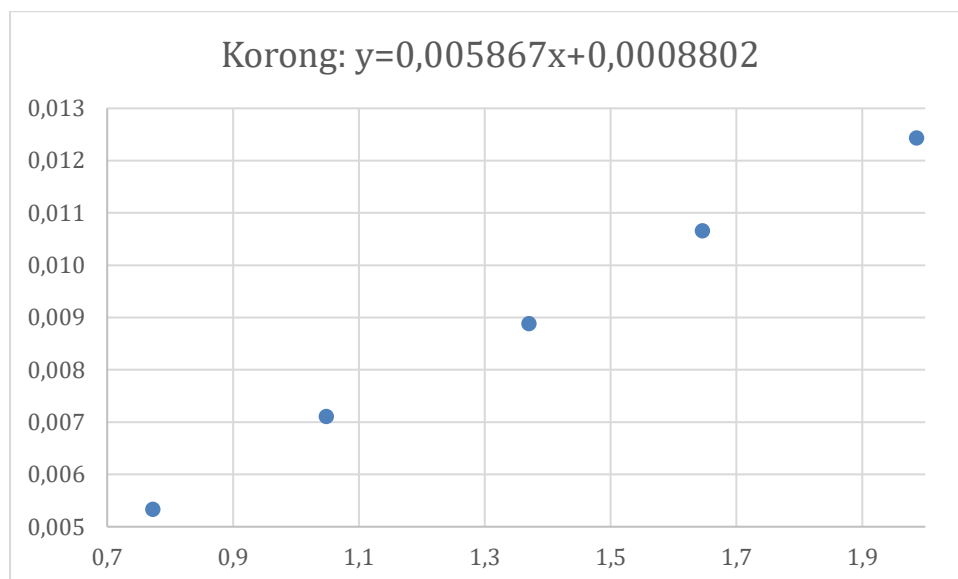
Rúd				
tömeg [g]	Gyorsulás [m/s ²]			
	1.	2.	3.	
150	0,0039	0,0039	0,0039	
200	0,0052	0,0052	0,0052	
250	0,0065	0,0065	0,0065	
300	0,0078	0,0080	0,0078	
350	0,0102	0,0097	0,0106	0,0097

Kiértékelés

Az egyes súlyok esetében kapott gyorsulás értékeket (a) átlagoljuk (a_i) és az így kapott értékeket a fonaltárcsa sugarával (r) leosztva megkapjuk a β_i -t (esetünkben x_i). Ebből pedig a $y_i = mr(g - r\beta_i)$ képlet segítségével kapjuk meg y_i -t.

Számítások és diagramok a korongra

tömeg [g]	Gyorsulás [m/s ²]			a_i [m/s ²]	$x_i=\beta_i$ [1/s ²]	y_i [kg·m ² /s ²]
	1.	2.	3.			
150	0,0028	0,0028	0,0028	0,0028	0,772	0,00533
200	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	1,048	0,00711
250	0,0050	0,0050	0,0049	0,0050	1,370	0,00889
300	0,0060	0,0059	0,0060	0,0060	1,646	0,01066
350	0,0076	0,0070	0,0070	0,0072	1,986	0,01244

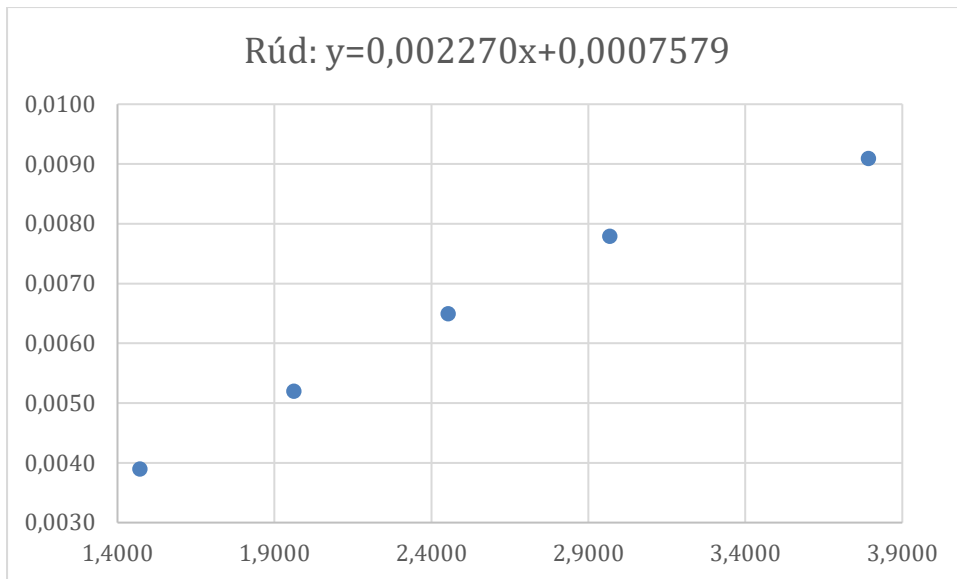


Tehát az illesztett egyenes meredekségéből meghatározható a $\theta_{mért}$ értéke, ami a korong esetében $\Theta=0,006747$ kg·m².

Számítások és diagramok a rúdra

tömeg [g]	Gyorsulás [m/s ²]			a_i [m/s ²]	$x_i=\beta_i$ [1/s ²]	y_i [kg·m ² /s ²]
	1.	2.	3.			
150	0,0039	0,0039	0,0039	0,0039	1,471	0,0039
200	0,0052	0,0052	0,0052	0,0052	1,962	0,0052
250	0,0065	0,0065	0,0065	0,0065	2,452	0,0065
300	0,0078	0,0080	0,0078	0,0079	2,968	0,0078
350	0,0102	0,0097	0,0106	0,0097	3,792	0,0091

Tehát az illesztett egyenes meredekségéből meghatározható a $\theta_{mért}$ értéke, ami a rúd esetében $\Theta= 0,003028$ kg·m².



Hibaszámítás:

Korong			
$x_i = \beta_i$ [1/s ²]	y_i [kg·m ² /s ²]	$y_{ill.}$ [N·m]	$\Delta y = y_i - y_{ill.}$
0,772	0,00533	0,00541	-0,00008
1,048	0,00711	0,00703	0,00008
1,370	0,00889	0,00892	-0,00003
1,646	0,01066	0,01054	0,00012
1,986	0,01244	0,01253	-0,00010

Rúd			
$x_i = \beta_i$ [1/s ²]	y_i [kg·m ² /s ²]	$y_{ill.}$ [N·m]	$\Delta y = y_i - y_{ill.}$
1,471	0,0039	0,00410	-0,00020
1,962	0,0052	0,00521	-0,00002
2,452	0,0065	0,00633	0,00017
2,968	0,0078	0,00750	0,00030
3,792	0,0091	0,00937	-0,00028

A korong esetében a legjobban eltérő Δy érték a 0,00012, melynek duplája a téglalap magassága. A legnagyobb súlyhoz tartozó x értékből kivonva a legkisebbet megkapjuk a szélességét. A magasság és a szélesség hányadosa pedig a tangens. Kiszámítva tehát

$$tg\alpha = \frac{2 \cdot \Delta y_{max}}{x_{imax} - x_{imin}} = \frac{2 \cdot 0,00012}{1,986 - 0,772} = 0,0001977$$
 a korong Θ -nak a hibája, vagyis maga a tehetetlenségi nyomaték mért értéke: $\theta_{mért} = 0,006747 \pm 0,0001977 \text{ kgm}^2$.

A relatív hiba: $\frac{\Delta \theta_{mért}}{\theta_{mért}} = \frac{0,0001977}{0,006747} = 2,93\%$

Ugyanez a rúdra: $tg\alpha = \frac{2 \cdot \Delta y_{max}}{x_{imax} - x_{imin}} = \frac{2 \cdot 0,0003}{3,792 - 1,471} = 0,0002585$ tehát a rúd számított

tehetetlenségi nyomatéka hibával: $\theta_{mért} = 0,003028 \pm 0,0002585 \text{ kgm}^2$

A relatív hiba: $\frac{\Delta \theta_{mért}}{\theta_{mért}} = \frac{0,0002585}{0,003028} = 8,53\%$

Tehetlenségi nyomaték számítása képlettel:

korong: $\theta_{számított} = \frac{1}{2} \cdot m_{korong} \cdot R_{korong}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{924}{1000} \cdot \left(\frac{22,3}{200}\right)^2 = 0,005744 \text{ kgm}^2$

rúd: $\theta_{számított} = \frac{1}{4} \cdot m_{rúd} \cdot r_{rúd}^2 + \frac{1}{12} \cdot m_{rúd} \cdot L_{rúd}^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{224}{1000} \cdot \left(\frac{10}{2000}\right)^2 + \frac{224}{1000} \cdot \left(\frac{35,9}{100}\right)^2 = 0,0288 \text{ kgm}^2$

Bizonytalanság számítása:

A tömegmérés bizonytalanságát a leírás szerint a tengely és a fonaltárcsa együttes tömegével kell azonosnak venni (vagyis jelen esetben $\Delta m = a$ referenciatárcsa tömege). A hiba nagyságát úgy számítjuk, mintha nagyságát egyedül a tömegmérés bizonytalansága adná. \pm

$$\text{korong: } \frac{\Delta\theta_{\text{számított}}}{\theta_{\text{számított}}} = \frac{\Delta m}{m} = \frac{0,009}{0,924} = 0,00974 \rightarrow \Delta\theta_{\text{szám}} = \theta_{\text{szám}} \cdot \frac{\Delta m}{m} = 0,005744 \cdot \frac{0,009}{0,924} = 5,594 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{rúd: } \frac{\Delta\theta_{\text{számított}}}{\theta_{\text{számított}}} = \frac{\Delta m}{m} = \frac{0,009}{0,224} = 0,04018 \rightarrow \Delta\theta_{\text{számított}} = \theta_{\text{számított}} \cdot \frac{\Delta m}{m} = 0,0288 \cdot \frac{0,009}{0,224} = 0,001157$$

Diszkusszió:

	Ömért	Öszámított
korong	0,006747 ± 0,0001977 kgm ² .	0,005744 ± 0,00005595 kgm ²
rúd	0,003028 ± 0,0002585 kgm ²	0,0288 ± 0,001157 kgm ²

Diszkusszió gyanánt elmondható, hogy a mért, ill. a számított értékek alapvetően nagyon közel vannak egymáshoz, azonban előbbiek mindkét esetben picivel felülmúlják az utóbbiakat. Így tehát kijelenthetem, hogy a mérés alapvetően sikeres volt és elérte célját. Annak oka, hogy a számításokkal rendre kicsit alulbecsültük a valódi tehetetlenségi nyomatékokat, előttem ismeretlen, nagyságrendjéből adódóan azonban megtehetjük, hogy nem foglalkozunk vele tovább.