Mérést végezte: Gula Miklós
Mérőtárs neve: Berta Dénes
Mérés időpontja: 2015. 09. 24. 12:00-14:00
Jegyzőkönyv leadásának időpontja:

Lineáris erőtörvény vizsgálata és rugóállandó meghatározása

A mérés célja

Szeretnénk igazolni az F=-Dx skaláris Hooke-törvényt, azaz a rugót nyújtó erő és a rugó megnyúlása közt fennálló lineáris kapcsolatot, szeretnénk igazolni a rugóból, és a rá kötött testből álló harmonikus oszcillátorra jellemző rezgésidőre vonatkozó $T = 2\pi\sqrt{\frac{\mu}{D}}$ összefüggést, valamint ez utóbbi formula segítségével szeretnénk meghatározni a D rugóállandót (mindkét összefüggés csak kis kitérésekre igaz). (F: kitérítési erő, D: direkciós állandó, x: kitérés, T: rezgésidő, µ: a rugóra akasztott test tömege + a rugó effektív tömege)

Mérőeszközök

- két rugó, eltérő rugóállandóval
- állvány mozgatható helyzetjelző cúszkával
- mérőszalag
- a rugó végére akasztható, kampós végű pálca a súlyok felhelyezésére
- több (5 db.), egyenként 50g tömegű acélsúly
- stopperóra

A mérés rövid leírása

Először a mérőszalagot és az első rugót rögzítjük az állványon, a rugóra 100g terhet akasztunk, majd megállítva a rugó rezgését, az egyik helyzetjelzőt kicsivel a megnyúlt rugó alatt rögzítjük – ez lesz a maximális kitérés helye. A rugóra akasztott súlyt a helyzetjelző szintjéig húzzuk, és elengedjük, ügyelve, hogy a rugó függőlegesen rezegjen. Két teljes periódust várunk (a tranziens állapot miatt), majd a stopperral megmérjük tíz teljes periódus hosszát. A mérést négyszer végezzük el ezzel a súllyal, majd az egész eljárást ugyanígy megismételjük 150g, 200g, 250g tömegű súlyokra is.

Ezután ismét nyújtatlan állapotban rögzítjük a rugót az állványon, mellette a mérőszalagot. A helyzetjelzőt a rugó végéhez rögzítve, ennek segítségével a mérőszalagon leolvassuk a rugó nyújtatlan l_0 hosszát. A rugó végére először 100g, majd 150g, 200g, 250g tömegű súlyokat rögzítünk, és megmérjük a rugó megnyúlt, l_i hosszát.

A két mérést elvéhezzük a másik rugóval is.

Vázlatos rajz a mérési elrendezésről

Mérést végezte: Gula Miklós
Mérőtárs neve: Berta Dénes
Mérés időpontja: 2015. 09. 24. 12:00-14:00
Jegyzőkönyv leadásának időpontja:

Mért adatok

<u>első rugó:</u>

l_0=52mm

m_i (g)	10 T_i (s)	10 T_i (s)	10 T_i (s)	10 T_i (s)
100	5,38	5,25	5,31	5,35
150	6,65	6,97	6,72	6,72
200	7,66	7,59	7,97	7,78
250	8,75	8,31	8,60	8,31

Mérést végezte: Gula Miklós
Mérőtárs neve: Berta Dénes
Mérés időpontja: 2015. 09. 24. 12:00-14:00
Jegyzőkönyv leadásának időpontja:

m_i (g)	l_i (mm)
100	138
150	185
200	312
250	275

második rugó:

m_i (g)	10 T_i (s)	10 T_i (s)	10 T_i (s)	10 T_i (s)
100	3,53	3,57	3,72	3,41
150	4,03	4,12	4,03	4,03
200	4,81	5,26	4,87	4,91
250	5,35	5,38	5,40	5,44

l_0=61mm

m_i (g)	l_i (mm)
100	89
150	116
200	134
250	156

Lehetséges hibaforrások

- érzékszervi-leolvasási hibák (mérőszalag)
- reakcióidő (stopperóra)
- a lineáris összefüggés csak közelítés, ami csak kis kitérésekre igaz
- a közegellenállás miatt a rugó csillapodik
- nem biztos, hogy mindig sikerült egyforma mértékig kitéríteni a rugót
- a súlyok nem biztos, hogy teljesen egyformák voltak

Kiértékelés

Az egyik illesztendő egyenes

$$\Delta l(m_i) = m_i \frac{g}{D}$$

alakú, ahol a D direkciós állandó az egyenes iránytangensében jelenik meg; tengelymetszete az origó.

A tömeggel rendelkező rugót felbonthatjuk egy tömegtelen rugóra, és egy, formálisan a rugó végére képzelt, m_{eff} effektív tömegű testre, ahol $m_{eff} \approx m_{rugó}/3$, és $\mu = m_i + m_{eff}$.
A $T = 2\pi\sqrt{\frac{\mu}{D}}$ egyelőséget átalakítva a következő egyeneshez jutok:

$$m_i = D\frac{T^2}{4\pi^2} - m_{eff}.$$

Bevezetve a $\xi = \frac{T^2}{4\pi^2}$ jelölést, megkapom az illesztendő egyenes egyenletét:

$$m_i(\xi) = D\xi - m_{eff};$$

ahol az egyenes iránytangense adja a D direkciós állandót, az *y* tengellyel vett metszéspont pedig (közvetetten) a rugó tömegét, ami a mérésből egyébként szintén kiszámítható.
Az egyeneseket GNUPLOT programmal illesztettem.

<u>első rugó:</u>

m_i (kg)	$\overline{10T(s)}$	$\overline{T(s)}$	$\xi(s^2)$	$m_{mért} - m_{számított=\Delta m}$ (kg)
0,10	5,32	0,532	0,0072	0,0044
0,15	6,77	0,677	0,0116	-0,0052
0,20	7,75	0,775	0,0152	-0,0041
0,25	8,49	0,849	0,0182	-0,0428

Az adatokra GNUPLOT programmal a következő egyenest illesztettem:

$$m_i(\xi) = 13{,}56\xi - 0{,}002,$$

amiből a rugóállandó 13,56 N/m-nek adódott.

A téglalapmódszerrel számított hiba ΔD=±3,67 N/m.

Mérést végezte: Gula Miklós
Mérőtárs neve: Berta Dénes
Mérés időpontja: 2015. 09. 24. 12:00-14:00
Jegyzőkönyv leadásának időpontja:

m_i (g)	Δl (m)	$\Delta l_{számított}$ - $\Delta l_{mért}$
0,1	0,086	0,011
0,15	0,133	0, 002
0,2	0,173	-0,001
0,25	0,223	0,031

A GNUPLOT programmal illesztve a következő egyenest kaptam:

$$\Delta l(m_i) = 0.88m_i - 0{,}001,$$

amiből a D (g=9,81m/s^2 esetén) 11,15 N/m-nek adódott. A meredekség hibája téglalapmódszerrel számítva, GNUPLOT programmal Δ(g/D)=±0,114m^3/Ns^2-nek adódott.

<u>második rugó:</u>

m_i (kg)	$\overline{10T(s)}$	$\overline{T(s)}$	$\xi(s^2)$	$m_{mért}$ - $m_{számított=\Delta m}$ (kg)
0,10	3,50	0,35	0,0031	-0,01
0,15	4,05	0,405	0,0042	0.0142
0,20	5,39	0,539	0,0074	-0,0154
0,25	5,76	0,576	0,0084	-0,0403

Az adatokra egyenest illesztve a GNUPLOT programmal a következő egyenlethez jutottam:

$$m_i(\xi) = 24{,}91\xi + 0{,}0311,$$

amiből a rugóállandó 24,91N/m-nek adódik.

A téglalapmódszerrel végzett hibaszámítás eredményeképpen a ΔD=±6,6N/m-nek adódott.

m_i (g)	Δl (m)	$\Delta l_{számított} - \Delta l_{mért}$
0,1	0,028	-0,0072
0,15	0,055	0,0003
0,2	0,073	-0,0012
0,25	0,095	0,0013

A GNUPLOT programmal az adatokra a következő egyenes illesztettem:

$$\Delta l(m_i) = 0.39m_i - 0.0038,$$

amiből a D értéke (g=9,81m/s^2 esetén) 25,15 N/m-nek adódik.

Téglalapmódszerrel számítva a g/D érték hibája ±0,048 m^3/Ns^2-nek adódott.

Diszkusszió

Mindkét rugó esetén kis hibával (<10%) igazolni tudtuk a lineáris összefüggést.
Az első rugó direkciós állandója 13,56±3,67N/m-nek, a másodiké 24,91±6,6N/m-nek adódott, ami már jelentősebb hibát mutat, és eltér a másik típusú mérésből következő értéktől. (A rugó tömegét nem sikerült elfogadható hibahatáron belül kimérni.) A rezgésidőn alapuló mérésben több az emberi hibaforrás, ezért a másik fajta mérés eredménye hihetőbb (és kisebb hibát is adott).