

Mérést végezte: Gula Miklós
Mérőtárs neve: Berta Dénes
Mérés időpontja: 2015. 10. 16. 12:00-14:00
Jegyzőkönyv leadásának időpontja:

A forgómozgás vizsgálata

A mérés célja:

A rögzített tengelyű merev test külső forgatónyomaték hatására történő, egyenletesen gyorsuló forgómozgását vizsgáljuk. Ennek céljából megfigyeljük a rögzített tengely körül forgó, tömör henger, illetve lapos, tömör korong alakú próbatestek forgását, melyet a testekkel együtt forgó, könnyű tárcsára csévéltek, állócsigán átvett fonál végére rögzített súlyok segítségével forgatunk. Annak érdekében, hogy igazoljuk a forgómozgásra vonatkozó

$$\sum M = \Theta \beta$$

(M : forgatónyomaték, Θ : tehetetlenségi nyomaték, β : szöggyorsulás) formulát, igazoljuk a kísérlet szituációjában megvalósuló

$$\Theta \beta = Kr - M_s$$

összefüggést (K : kötélrő, r : a fonaltárcsa sugara, M_s : a súrlódási erő forgatónyomatéka), a szöggyorsulás mérésével.

A mérési eredményekből számított Θ értékét összevetjük a testek geometriai paramétereiből számított tehetetlenségi nyomaték mértékével.

Mérőeszközök:

- tömör korong és hengeres rúd alakú próbatestek
- kis tömegű fonaltárcsák
- fénykapus távolságmérővel felszerelt állócsiga („smart pulley”)
- Science Workshop 750 Interface nevű készülék
- PC, DATA STÚDIÓ nevű programmal
- súlytartó
- 50g tömegű kis súlyok
- nyújthatatlan fonál
- mérőszalag
- tolómérő
- táramérleg

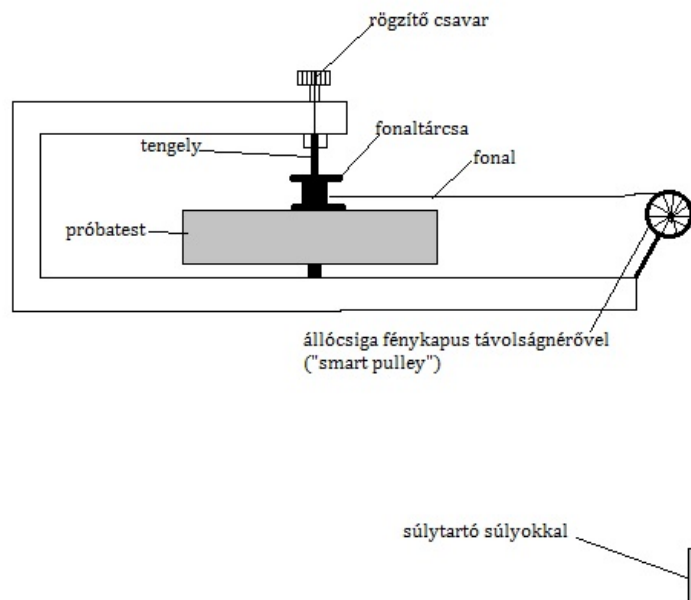
A mérés rövid leírása:

A tömör, hengeres rúdból készült próbatest a test geometriai hossz tengelyére merőleges tengelyét – nem túl szorosan – rögzítjük, majd a fonaltárcsán lévő fonál végére rögzítjük az 50g tömegű súlytartót, és átvette az állócsigán, lefogadjuk. A súlytartóra 200g, 250g,

Mérést végezte: Gula Miklós
 Mérőtárs neve: Berta Dénes
 Mérés időpontja: 2015. 10. 16. 12:00-14:00
 Jegyzőkönyv leadásának időpontja:

300g, 350g, 400g, és 450g tömegű súlyokat helyezünk. A súlyok segítségével forgatva a próbatesteket, a fénykapus távolságmérő és a számítógép segítségével felvesszük a testek sebesség-idő grafikonját, melyre mely egy $v(t) = at + v_0$ alakú egyenes illeszthető a számítógépen. Az egyenes a meredeksége egyenlő a test gyorsulásával. A gyorsulást minden súlyérték esetében megmérjük háromszor, mindkét próbatesttel. Ezután megmérjük próbatestek tömegét (a fonaltárcsákkal együtt), és geometriai paramétereit – a lapos korong átmérőjét, a hengeres rúd hosszát és alapkörének átmérőjét, a fonaltárcsák átmérőjét és tömegét. Ezekből meghatározható a próbatestek tehetetlenségi nyomatéka.

Vázlatos rajz a mérési elrendezésről:



Mért adatok:

Hengeres rúd:

m (g)	a_1 ($\frac{m}{s^2}$)	a_2 ($\frac{m}{s^2}$)	a_3 ($\frac{m}{s^2}$)
250	0,0002	0,0006	0,0006
300	0,002	0,0023	0,0026
350	0,0032	0,0034	0,0042
400	0,0049	0,0044	0,0045
450	0,0051	0,0053	0,0044
500	0,0058	0,0061	0,0067

Mérést végezte: Gula Miklós
Mérőtárs neve: Berta Dénes
Mérés időpontja: 2015. 10. 16. 12:00-14:00
Jegyzőkönyv leadásának időpontja:

hengeres rúd tömge: 1336,3g
hengeres rúd hossza: 25cm
hengeres rúd alapkörének átmérője: 2,21cm
hengeres rúd fonaltárcsájának átmérője: 0,505cm
hengeres rúd fonaltárcsájának tömege: 8,5g

Korong:

m (g)	a_1 ($\frac{m}{s^2}$)	a_2 ($\frac{m}{s^2}$)	a_3 ($\frac{m}{s^2}$)
250	0,0015	0,0013	0,0021
300	0,0015	0,0023	0,0028
350	0,0036	0,0024	0,0032
400	0,0029	0,003	0,0035

korong tömege: 1600g
korong átmérője: 22cm
korong fonaltárcsájának átmérője: 0,575cm
korong fonaltárcsájának tömege: 8,5g

Lehetséges hibaforrások:

- súrlódás, disszipáció
- a tengely lötyögése
- a fonaltárca a letekeredő fonal miatt csökkenő sugara
- a táramérleggel csak diszkrét súlysorozatot lehet mérni
- a mérőszalag hibahatára és leolvasási pontatlansága
- a tolómérő hibahatára és leolvasási pontatlansága
- a lapos korong csak közelítése a próbatestnek
- a próbatest forgatónyomatékába nem számítottuk bele a fonaltárcsát
- a súlyok elengedésének körülményei nem azonosak mérésenként
- kerekítési hiba

Kiértékelés:

$$\Theta\beta = Kr - M_s$$

Mivel $\beta = \frac{a}{r}$, és $K = mg - ma$, ezért az egyenletünket a következő alakba írhatjuk:

Mérést végezte: Gula Miklós
Mérőtárs neve: Berta Dénes
Mérés időpontja: 2015. 10. 16. 12:00-14:00
Jegyzőkönyv leadásának időpontja:

$$mr(g - a) = \Theta \frac{a}{r} + M_s$$

Vezessük be az $x = \frac{a}{r} = \beta$, és az $y = mr(g - a)$ változókat! Így a következő egyenlethez jutunk:

$$y = \Theta x + M_s$$

Hengeres rúd:

$$r \approx 0,253 \text{cm} = 0,00253 \text{m}$$

$m \text{ (kg)}$	$a_1 \left(\frac{m}{s^2}\right)$	$a_2 \left(\frac{m}{s^2}\right)$	$a_3 \left(\frac{m}{s^2}\right)$	$a_{\text{átl}} \left(\frac{m}{s^2}\right)$	$x \left(\frac{1}{s^2}\right)$	$y \text{ (Nm)}$
0,25	0,0002	0,0006	0,0006	0,0005	0,1845	0,0062
0,3	0,002	0,0023	0,0026	0,0023	0,9091	0,0074
0,35	0,0032	0,0034	0,0042	0,0036	1,4229	0,0087
0,4	0,0049	0,0044	0,0045	0,0046	1,8182	0,0099
0,45	0,0051	0,0053	0,0044	0,0049	1,9499	0,0112
0,5	0,0058	0,0061	0,0067	0,0062	2,4506	0,0124

Az adatokra az $y = 0.0028x + 0.0053$ egyenletű egyenesit illesztettem GNU PLOT programmal. Tehát ca $\Theta_{\text{mért}} = 0,0028 \text{Nm}$ -nek adódott. A Θ értékére 9.162%, az M_s értékére 10.36% relatív szórás adódott.

A hengeres rúd tehetetlenségi nyomatéka:

$$\Theta = \frac{1}{4} m \rho^2 + \frac{1}{12} m l^2,$$

ahol $\rho = 0,011 \text{m}$ az alapkör sugara, $l = 0,125 \text{m}$ a rúd hossza, $m = 1,3363 \text{kg}$ a rúd tömege.

Innen a tehetetlenségi nyomaték $\Theta_{\text{számított}} = 0,0018 \text{Nm}$ -nek adódott, ami $0,001 \text{Nm}$ különbség. Számítsuk ki a $\frac{\Delta \Theta_{\text{mért}}}{\Theta_{\text{mért}}} = \frac{\Delta m}{m}$ értéket, a Δm értéket a tengely és a fonalcsiga együttes tömegével becsülve. Így $\Theta_{\text{számított}}$ relatív hibája 0,636%-nak adódott.

Mérést végezte: Gula Miklós
 Mérőtárs neve: Berta Dénes
 Mérés időpontja: 2015. 10. 16. 12:00-14:00
 Jegyzőkönyv leadásának időpontja:

Korong:

$$r \approx 0,288 \text{cm} = 0,00288 \text{m}$$

$m \text{ (kg)}$	$a_1 \left(\frac{m}{s^2}\right)$	$a_2 \left(\frac{m}{s^2}\right)$	$a_3 \left(\frac{m}{s^2}\right)$	$a_{\text{átl}} \left(\frac{m}{s^2}\right)$	$x \left(\frac{1}{s^2}\right)$	$y \text{ (Nm)}$
0,25	0,0015	0,0013	0,0021	0,0016	0,6456	0,0062
0,3	0,0015	0,0023	0,0028	0,0022	0,8696	0,0074
0,35	0,0036	0,0024	0,0032	0,0031	1,2121	0,0087
0,4	0,0029	0,003	0,0035	0,0031	1,2385	0,0099
0,45	0,0045	0,004	0,0042	0,0042	1,6733	0,0112

Az adatokra az $y = 0.0049x + 0.0032$ egyenletű egyenest illesztettem GNU PLOT programmal. Tehát a $\Theta = 0.0049 \text{Nm}$ -nek adódott. A Θ értékére 12.03% az M_s értékére 22.46% relatív szórás adódott.

A hengeres rúd tehetetlenségi nyomatéka:

$$\Theta = \frac{1}{2} m R^2,$$

ahol $R = 0,11 \text{m}$, $m = 1,6 \text{kg}$ a rúd tömege.

Innen a tehetetlenségi nyomaték $\Theta_{\text{számított}} = 0,0097 \text{ Nm}$ -nek adódott, ami $0,0048 \text{ Nm}$ különbség. Számítsuk ki a $\frac{\Delta \Theta_{\text{mért}}}{\Theta_{\text{mért}}} = \frac{\Delta m}{m}$ értéket, a Δm értékest a tengely és a fonalcsiga együttes tömegével becsülve. Így $\Theta_{\text{számított}}$ relatív hibája 0,531%-nak adódott.

Hibaszámítás:

hengeres rúd:

$m \text{ (kg)}$	$x \left(\frac{1}{s^2}\right)$	$y \text{ (Nm)}$	$y_{\text{mért}} - y_{\text{számított}} \text{ (Nm)}$
0,25	0,1845	0,0062	0,000383
0,3	0,9091	0,0074	-0,00045
0,35	1,4229	0,0087	-0,00058
0,4	1,8182	0,0099	-0,00049
0,45	1,9499	0,0112	0,00044
0,5	2,4506	0,0124	0,000238

Mérést végezte: Gula Miklós
 Mérőtárs neve: Berta Dénes
 Mérés időpontja: 2015. 10. 16. 12:00-14:00
 Jegyzőkönyv leadásának időpontja:

Téglalapmódszerrel az illesztés hibája 0,0005132 Nm/s²-nak adódott.

korong:

m(kg)	$x(\frac{1}{s^2})$	y (Nm)	$y_{mért}-y_{számított}$ (Nm)
0,25	0,6456	0,0062	-0,00016
0,3	0,8696	0,0074	-0,00006
0,35	1,2121	0,0087	-0,00044
0,4	1,2385	0,0099	0,00063
0,45	1,6733	0,0112	-0,00020
0,25	0,6456	0,0062	-0,00016

Téglalapmódszerrel az illesztés hibája 0,001226 Nm/s²-nak adódott.

Diskusszió:

Bár lineáris kapcsolat felfedezhető az adatok között, nagy viszonylag nagy volt a relatív szórás, továbbá kb. 50%-os különbség adódott a mért és számított értékek között, a mindkét mennyiség mérésénél megjelenő számos hibaforrás miatt. A kezdeti feltételek pontosabb beállításával, vagy konstrukciós változtatásokkal (a tengely szorosabb befogása, a fonalsigma méretének növelése a sugár menet közbeni változásának elkerülése érdekében, a súrlódás és a közegellenállás csökkentése, a fonalsigma kiküszöbölése, több mérési pont felvétele) a mérés talán javítható lenne.