

Mérést végezte: Gula Miklós  
Mérőtárs: Berta Dénes  
Mérés időpontja: 2015.10.22.  
Jegyzőkönyv leadásának időpontja:

# Állóhullám kötélen

## Mérés célja:

Ha egy rugalmas kötélen két azonos hullámhosszúságú, de ellentétes irányú hullám találkozik, állóhullám alakul ki. Mindkét végén rögzített húron kialakuló állóhullám esetén a kötélen hosszának a hullámhossz egész számú többszörösének kell lennie. Szinuszos hullámgenerátorral meghajtott vibrátorral rezgetett, csigán átvett fonálon lógó  $m$  tömegű test súlyereje által kifeszített kötélen kialakuló állóhullám frekvenciáját mérjük  $n=2\dots 5$  duzzadási pontot tartalmazó állóhullámképek esetén. Igazolni szeretnénk, hogy a frekvenciák aránya az  $n$ -ek arányával egyezik meg. A hullám  $c$  terjedési sebessége függ a hullám anyagi minőségétől:

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}},$$

ahol  $F = mg$  a kötelet feszítő erő,  $\mu = \rho A$  a kötélen lineáris sűrűsége ( $\rho$ : kötélen sűrűsége,  $A$ : kötélen keresztmetszete).

A terjedési sebességre a

$$c = f \cdot \lambda,$$

az állóhullám hullámhosszára a

$$\lambda = \frac{2}{n}L$$

összefüggés áll fenn, így a frekvencia négyzetére a következő lineáris összefüggést kapjuk:

$$f^2 = \frac{n^2 g}{4L^2 \mu} m.$$

$n = 3$  esetén (adott frekvencia mellett) változtatva az  $m$  tömeget 50g-tól 20g-onként 170g-ig kívánjuk igazolni a lineáris összefüggést, és az egyenes görbe meredekségéből meghatározni a  $\mu$  lineáris sűrűséget.

## Mérőeszközök:

- vastagabb és vékonyabb rugalmas kötélen
- súlytartó kampó ( $m_t=10g$ )
- 20g-os súlyok
- mérőszalag
- állócsiga
- vibrátor
- szinuszos hullámgenerátor

Mérést végezte: Gula Miklós  
Mérőtárs: Berta Dénes  
Mérés időpontja: 2015.10.22.  
Jegyzőkönyv leadásának időpontja:

### A mérés rövid leírása:

A vastagabb kötelet a vibrátorhoz rögzítjük, a másik végét átvetjük az állócsigán, a végén lévő hurokba akasztjuk a súlytartó kampót, és összesen 90g tömeggel feszítjük a kötelet. A vibrátorra szinuszos hálózati feszültségről működő szinuszos hullámgenerátort kötünk. A kötelet rezgésbe hozzuk a hullámgenerátorral, és a frekvenciát változtatva 1Hz pontossággal a durvább, illetve 0,1 Hz pontossággal a finomabb szabályozóval, és figyeljük, milyen frekvencián tapasztaljuk  $n=2$  hullámmódus kialakulását (a duzzadási pontoknak itt maximuma van). Megismételjük a mérést,  $n=3, 4...6$  hullámmódus frekvenciáját keresve. Kiszámoljuk az egyes modulusokhoz tartozó frekvencia és terjedési sebesség értékeket, és összevetjük az elméletileg várt értékkel. Mindezek után a vékonyabb kötélre cseréljük az előzőt, és 50g feszítő tömeggel megkeressük az  $n=3$  módushoz tartozó frekvenciát. Megismételjük a mérést 20g-onként növelve a feszítő tömeget 170g-ig. Három párhuzamos mérést végzünk. Keressük a fonál lineáris sűrűségét.

### Mért adatok

vastagabb kötél:

n	f(Hz)
2	12,1
3	18,3
4	24,4
5	30,7
6	36,6

A frekvencia leolvasási pontossága 0,1 Hz volt ( $\pm 0,1$ Hz eltérésnél nem tudtam megkülönböztetni a hullámképeket egymástól).

vékonyabb kötél:

m(g)	$f_1$ (Hz)	$f_2$ (Hz)	$f_3$ (Hz)
50	75,5	75,7	75,4
70	89,1	89,5	89,5
90	101,4	101,6	101,7
110	112,3	112,4	112,5
130	122,1	122,4	122,4
150	131,3	131,7	131,5
170	140,0	140,3	140,2

Mérést végezte: Gula Miklós  
 Mérőtárs: Berta Dénes  
 Mérés időpontja: 2015.10.22.  
 Jegyzőkönyv leadásának időpontja:

A frekvencia leolvasási pontossága 0,2 Hz volt ( $\pm 0,2$ Hz eltérésnél nem tudtam megkülönböztetni a hullámképeket egymástól).

### Lehetséges hibaforrások:

- kötélnyújtás mérésének leolvasási hibája (0,5cm)
- a frekvencia leolvasási hibája
- kötél nemlineáris viselkedése
- a vibrátor és a hullámgenerátor pontatlansága
- a súly lengése és forgása (bár igyekeztem csillapítani ezt az effektust, lóteljesen nem tudta megszüntetni)
- kerekítésből származó hiba

### Kiértékelés

vastagabb kötél:

Számítsuk ki a hullám terjedési sebességét!

$$v = \lambda \cdot \frac{2L}{n}$$

n	f(Hz)	c(m/s)
2	12,1	0,871
3	18,3	0,878
4	24,4	0,878
5	30,7	0,884
6	36,6	0,878

A frekvenciák arányának elvileg az n-ek arányával kell megegyezni.

arány	számított	mért
$\frac{f_2}{f_3}$	$\frac{2}{3} = 0,6$	0,6612
$\frac{f_3}{f_4}$	$\frac{3}{4} = 0,75$	0,75
$\frac{f_4}{f_5}$	$\frac{4}{5} = 0,8$	0,7947
$\frac{f_5}{f_6}$	$\frac{5}{6} = 0,83$	0,8388

Mérést végezte: Gula Miklós  
Mérőtárs: Berta Dénes  
Mérés időpontja: 2015.10.22.  
Jegyzőkönyv leadásának időpontja:

vékonyabb kötél:

$$f^2 = a \cdot m,$$

ahol

$$a = \frac{n^2 g}{4L^2 \mu}$$

( $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ )

$L = 1,44 \text{ m}$

m(kg)	f <sub>1</sub> (Hz)	f <sub>2</sub> (Hz)	f <sub>3</sub> (Hz)	f <sub>átl</sub> (Hz)	(f <sub>átl</sub> ) <sup>2</sup> (Hz <sup>2</sup> )
0,05	75,5	75,7	75,4	75,5	5705,28
0,07	89,1	89,5	89,5	89,4	7986,40
0,09	101,4	101,6	101,7	101,6	10315,79
0,11	112,3	112,4	112,5	112,4	12633,76
0,13	122,1	122,4	122,4	122,3	14957,29
0,15	131,3	131,7	131,5	131,5	17292,25
0,17	140,0	140,3	140,2	140,2	19646,69

A mért adatokra  $f^2 = a \cdot m$  az összefüggés szerint a GNUPLOT programmal az

$$f^2 = 116143 \frac{\text{Hz}^2}{\text{kg}} m - 124,7 \text{ Hz}^2$$

egyenest illesztettem, ahol  $\Delta a = \pm 231.6$  (0,2%),  $\Delta b = \pm 28.52$  (22,85%).

Innen a  $\mu = 0,0000916 \pm 0,000002 \text{ kg/m}$

A vékonyabb kötél teljes hossza 4,05m, tömege 0,4g,  $\mu = 0,0000988 \text{ kg/m}$ , közel van a mért adathoz.

**Hibaszámítás:**

A vastagabb kötélen a terjedési sebességek átlaga 0,878m/s-nak, a sebességes szórása  $\sigma \approx 0,00411$ -nek, a hiba  $\Delta \approx 0,01233$ -nak adódott.

Mérést végezte: Gula Miklós  
Mérőtárs: Berta Dénes  
Mérés időpontja: 2015.10.22.  
Jegyzőkönyv leadásának időpontja:

m(kg)	$f_{\text{átl}}$ (Hz)	$(f_{\text{átl}})^2$ (Hz <sup>2</sup> )	$\Delta f$ (Hz)	$\Delta f^2$ (Hz <sup>2</sup> )
0,05	75,5	5705,28	-0,15	-22,83
0,07	89,4	7986,40	0,11	18,91
0,09	101,6	10315,79	0,06	12,38
0,11	112,4	12633,76	0,08	17,27
0,13	122,3	14957,29	0,07	16,60
0,15	131,5	17292,25	0,02	4,50
0,17	140,2	19646,69	-0,10	-27,08

Téglalap módszerrel az  $f^2 - m$  lineáris összefüggés hibájának  $541,69 \text{ Hz}^2/\text{kg}$  adódott (0.466%-a a-nak).

#### Diszkusszió:

A keresett összefüggéseket sikerült meggyőző pontossággal igazolni, annak ellenére, hogy az  $f^2 - m$  összefüggésben az illesztett görbe tengelymetszete eltért 0-tól.