

A forgómozgás vizsgálata

Mérést végezte: Enyingi Vera Atala
Mérőtárs neve: Fábrián Gábor (7. mérőpár)
Mérés időpontja: 2010. november 26. (12:00-14:00)
Jegyzőkönyv leadásának időpontja: 2010. december 3.

A mérés célja:

Két testnek bizonyos tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékának kiszámítása és ellenőrzése az elméleti modell alapján. A forgómozgás egyenletének igazolása.

A mérőeszközök:

- Állvány a minta rögzítésére
- Korong és rúd alakú test
- Fonaltárcsák a testek tengelyére rögzítve
- Küllős kerekű mérőeszköz
- Súlyok
- Táramérleg
- Tolómérő
- Vonalzó
- Számítógép

A mérés rövid leírása

A testet rögzítettem az állványon, a fonaltárcsára egy rétegben rátekertem a kötelet, majd a küllőn átvetve a végére akasztottam a súlyt, amit 50 g-onként növeltem. A súlyokat elengedtem, majd kicsivel utána a számítógépen is rákattintottam a „START” gombra. A test gyorsulva forog. Mielőtt teljesen megállt volna, leállítottam az adatfelvételt, és megfogtam a súlyokat, hogy ne szakadjon el a kötél. A kapott adatokra a számítógéppel egyenest illesztettem, ennek a meredeksége adja meg a gyorsulást. Minden súly esetén 3 mérést végeztem.

A méréshez hozzátartozott még a testek méreteinek: a korong átmérőjének, a rúd hosszának és sugarának megmérése, illetve a testek tömegének megállapítása is. Fontos volt lejegyezni a fonaltárcsák sugarát, és a kihelyezett mintatárcsa tömegét.

Mérési adatok

1. mérés: korong

Fonaltárcsa sugara [m]	0,0049		
Korong sugara [m]	0,109		
Tömege [kg]	1,507		
Súlyok tömege [kg]	Gyorsulás [m/s^2]		
	1.	2.	3.
0,20	0,0002	0,0002	0,0003
0,25	0,0007	0,0008	0,0008
0,30	0,0013	0,0012	0,0014
0,35	0,0016	0,0018	0,0017
0,40	0,0019	0,0020	0,0020
0,45	0,0023	0,0023	0,0024

0,50	0,0026	0,0026	0,0028
------	--------	--------	--------

2. mérés: rúd

Fonaltárcsa sugara [m]	0,0049
Rúd hossza [m]	0,25
Sugara [m]	0,02295
Tömege [kg]	0,845

Súlyok tömege [kg]	Gyorsulás [m/s^2]		
	1.	2.	3.
0,15	0,0009	0,0012	0,0015
0,20	0,0024	0,0020	0,0023
0,25	0,0025	0,0029	0,0026
0,30	0,0037	0,0037	0,0037
0,35	0,0043	0,0042	0,0043
0,40	0,0049	0,0046	0,0050
0,45	0,0051	0,0054	0,0050
0,50	0,0056	0,0055	0,0058

A plusz fonaltárcsa tömege [kg] **0,0085**

Kiértékelés

A leírásban szerepelnek az alábbi egyenletek, amik a rendszer mozgását írják le:

$$\Theta\beta = Kr - M_s$$

$$ma = mg - K$$

ahol r a fonaltárcsa sugara, Θ a tehetetlenségi nyomaték, m a húzó súly tömege, β a szöggyorsulás, K a kötél erő, M_s pedig a súrlódásból eredő fékezőnyomaték, aminek feltételezzük az állandóságát. Ekkor a és β állandó. Átrendezhetőek és kifejezhetőek az egyenletek, és bevezethetünk új változókat is.

$$\Theta\beta + M_s = mr(g - r\beta)$$

$$y = \Theta x + M_s$$

ha $y = mr(g - r\beta)$ és $x = \beta$.

Az $y = \Theta x + M_s$ egyenletet kell tehát ábrázolnunk. Az ezen pontokra illesztett egyenes meredeksége lesz Θ , az y tengelymetszete pedig M_s .

Korong

Ráakasztott tömeg [kg]	Átlagos gyorsulás [m/s^2]	Szöggyorsulás β [$1/s^2$]	$y = mr(g - r\beta)$ [$kg\ m^2/s^2$]
0,20	0,0002	0,047619	0,009614
0,25	0,0008	0,156463	0,012016
0,30	0,0013	0,265306	0,014419
0,35	0,0017	0,346939	0,016821
0,40	0,0020	0,401361	0,019224

0,45	0,0023	0,47619	0,021626
0,50	0,0027	0,544218	0,024028

Rúd

Ráakasztott tömeg [kg]	Átlagos gyorsulás [m/s ²]	Szöggyorsulás β [1/s ²]	$y = mr(g - r\beta)$ [kg m ² /s ²]
0,15	0,0012	0,244898	0,007209
0,20	0,0022	0,455782	0,009612
0,25	0,0027	0,544218	0,012014
0,30	0,0037	0,755102	0,014415
0,35	0,0043	0,870748	0,016817
0,40	0,0048	0,986395	0,019218
0,45	0,0052	1,054422	0,02162
0,50	0,0056	1,14966	0,024021

A $g = 9081\text{m/s}^2$ értékkel számolva az alábbi pontokra kell egyenest illesztenem:

Korong

$x = \beta$ [1/s ²]	$y = mr(g - r\beta)$ [kg m ² /s ²]
0,047619	0,009614
0,156463	0,012016
0,265306	0,014419
0,346939	0,016821
0,401361	0,019224
0,476190	0,021626
0,544218	0,024028

Rúd

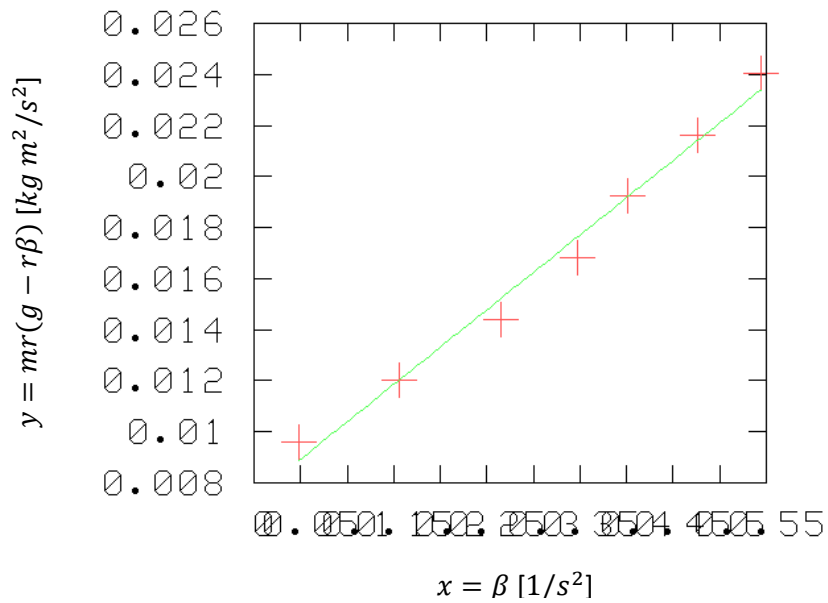
$x = \beta$ [1/s ²]	$y = mr(g - r\beta)$ [kg m ² /s ²]
0,244898	0,007209
0,455782	0,009612
0,544218	0,012014
0,755102	0,014415
0,870748	0,016817
0,986395	0,019218
1,054422	0,021620
1,149660	0,024021

Az első illesztett egyenes:

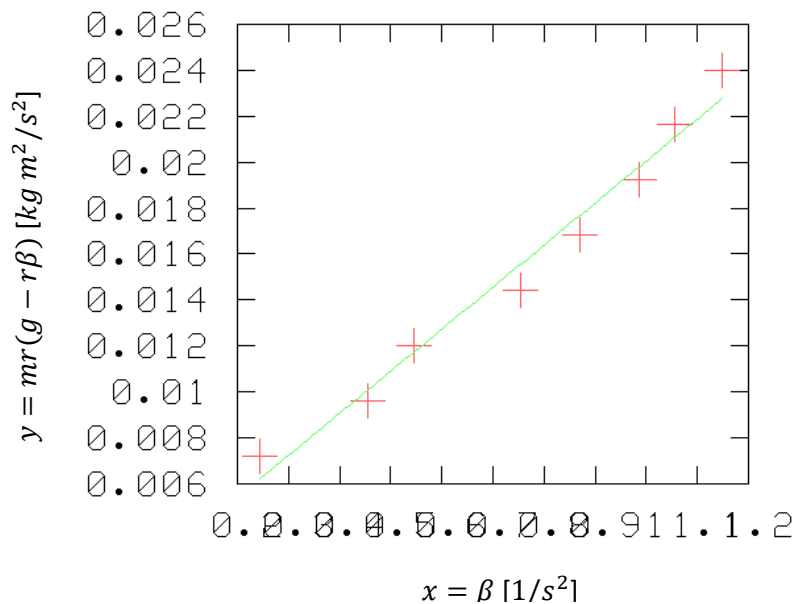
$$y = 0,0292682x + 0,00746327$$

A második illesztett egyenes:

$$y = 0,0183045x + 0,00174728$$



A korong illesztett egyenese



A rúd illesztett egyenese

A meredekségek tehát a θ tehetetlenségi nyomatékot, az y tengelymetszetek az M_s fékező nyomatékot adják.

Tehát az első esetben

$$M_s = 0,00746327 \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

A második esetben

$$M_s = 0,00174728 \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Az illesztett és mért értékek különbsége

Korong

x	y	y_{ill}	$\Delta y = y - y_{ill}$
0,047619	0,009614	0,008857	0,0007566
0,156463	0,012016	0,012043	-0,0000263
0,265306	0,014419	0,015228	-0,0008095
0,346939	0,016821	0,017618	-0,0007963
0,401361	0,019224	0,01921	0,0000134
0,47619	0,021626	0,021401	0,0002254
0,544218	0,024028	0,023392	0,0006364

Rúd

x	y	y_{ill}	$\Delta y = y - y_{ill}$
0,244898	0,007209	0,00623	0,0009795
0,455782	0,009612	0,01009	-0,0004785
0,544218	0,012014	0,011709	0,0003051
0,755102	0,014415	0,015569	-0,0011538
0,870748	0,016817	0,017686	-0,0008691
0,986395	0,019218	0,019803	-0,0005846
1,054422	0,02162	0,021048	0,0005717
1,14966	0,024021	0,022791	0,0012295

Ezekből téglalap módszerrel számíthatjuk a hibát, ami

$$tg\alpha_{korong} = 0,003260233$$

$$tg\alpha_{rúd} = 0,002717774$$

A pontos meredekségek és értékek tehát:

$$\Theta_{korong} = 0,0292682 \pm 0,003260233 \text{ kg m}^2$$

$$\Theta_{rúd} = 0,0183045 \pm 0,002717774 \text{ kg m}^2$$

A relatív hibák tehát:

Korong:

$$\frac{\Delta\Theta_{mért}}{\Theta_{mért}} = \frac{0,0033}{0,029} = 0,113793 \approx 11,3\%$$

Rúd:

$$\frac{\Delta\Theta_{mért}}{\Theta_{mért}} = \frac{0,0027}{0,0183} = 0,147541 \approx 14,75\%$$

Hibaforrások:

A súlyok hibálóztak

Pontatlan súlymérés

Pontatlan óra indítás és leállítás

Számított értékek:

A korong tehetetlenségi nyomatéka:

$$\Theta_{korong} = \frac{1}{2} mR^2 = \frac{1}{2} 1,507kg * 0,109^2m^2 = 0,008952kg m^2$$

A rúd tehetetlenségi nyomatéka:

$$\Theta_{rúd} = \frac{1}{4} mr + \frac{1}{12} ml^2 = \frac{1}{4} 0,845kg * 0,02295m + \frac{1}{12} 0,845kg * 0,25^2m^2 = 0,09249 kg m^2$$

A tömegmérés bizonytalansága a leírás szerint az együttes tömeggel kell azonosnak venni. A külön fonaltárcsa tömege:

$$m_{tárcsa} = 0,0085kg$$

A relatív hiba

Korong

$$\frac{\Delta\Theta_{számított}}{\Theta_{számított}} = \frac{\Delta m}{m} = \frac{1,507}{1,4985} = 1,005672$$

Rúd

$$\frac{\Delta\Theta_{számított}}{\Theta_{számított}} = \frac{\Delta m}{m} = \frac{0,845}{0,8365} = 1,010161$$

A számított értékek hibái tehát:

Korong

$$\Delta\Theta_{számított} = \frac{\Delta m}{m} \Theta_{számított} = 0,009003 kg m^2$$

Rúd

$$\Delta\Theta_{számított} = \frac{\Delta m}{m} \Theta_{számított} = 0,009343 kg m^2$$

Összehasonlítás

	Korong	Rúd
$\Theta_{mért}$	0,0292682 kg m ²	0,0183045 kg m ²
$\Theta_{számított}$	0,009003 kg m ²	0,009343 kg m ²

Az eltérések láthatóan igen nagyok. A mérési hibákat is figyelembe véve azonban elfogadhatóak.

Diszkusszió

A mérés során igazoltuk a lineáris összefüggést a szöggyorsulás és a forgatónyomatékok között, így igazoltuk a forgómozgás egyenletét is. Meghatároztuk a tehetetlenségi nyomatékokat, és a számolással kapott eredményekkel is összevettük őket.