

A lineáris erőtvény vizsgálata és a rugóállandó meghatározása

Mérést végezte: Enyingi Vera Atala
Mérőtárs neve: Fábíán Gábor (7. mérőpár)
Mérés időpontja: 2010. november 12. (12:00-14:00)
Jegyzőkönyv leadásának időpontja: 2010. november 19.

A mérés célja:

A megnyúlás és a terhelés közötti lineáris kapcsolat bizonyítása, a direkciós állandó számolása. A kitérített rugók harmonikus mozgását felhasználva a rezgésidő segítségével a direkciós állandó értékének megállapítása.

A mérőeszközök:

- Mérőállvány
- Fém mérővonalzó
- Helyzetjelzők
- Két különböző rugóállandójú rugó
- Súlyok
- Stopper

Mérési eljárás

A két rugót külön vizsgálva ugyanazokat a lépéseket végezzük el. Elsőként megmérjük a rugók nyújtatlan hosszát, ehhez a hosszhoz beállítjuk az első helyzetjelzőt. Ezután a felakasztott tömeget 50 g-onként növelve mindegyiknél megmérjük a megnyújtott rugó hosszát, illetve megállapítjuk a megnyúlás mértékét.

Ezután a rezgésidőket vizsgáljuk. A súlyok egymás utáni felakasztásával minden esetben megmérjük a kitérített rugóknak 10 rezgés idejét háromszor, hogy a mérést pontosítsuk. A kapott értékek átlagának tizedét kell tehát vizsgálnunk majd.

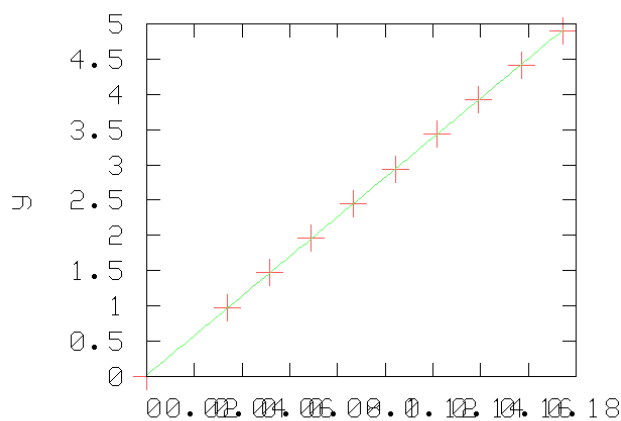
Mérési adatok és kiértékelés

Statikus mérés

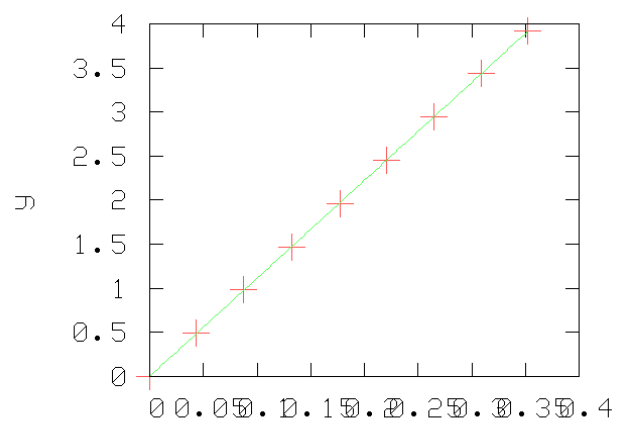
1. rugó			
Felső jelző helye [m]	0,4315		
Tömeg [kg]	Alsó jelző helye [m]	Megnyúlás [m]	F [N]
0		0	0
0,1	0,3975	0,034	0,981
0,15	0,38	0,0515	1,4715
0,2	0,3625	0,069	1,962
0,25	0,345	0,0865	2,4525
0,3	0,327	0,1045	2,943
0,35	0,31	0,1215	3,4335
0,4	0,2925	0,139	3,924
0,45	0,2745	0,157	4,4145
0,5	0,257	0,1745	4,905

2. rugó			
Felső jelző helye [m]	0,4325		
Tömeg [kg]	Alsó jelző helye [m]	Megnyúlás [m]	F [N]
0		0	0
0,05	0,3895	0,043	0,4905
0,1	0,345	0,0875	0,981
0,15	0,3	0,1325	1,4715
0,2	0,2555	0,177	1,962
0,25	0,2115	0,221	2,4525
0,3	0,1675	0,265	2,943
0,35	0,124	0,3085	3,4335
0,4	0,08	0,3525	3,924

A statikus terhelés esetén ismert az $F_i = m_i g$ összefüggés, ahol m a terhelő súly tömege. A Hooke-törvény kimondja, hogy a rugó megnyúlása arányos a rugót megnyújtó erővel, az arányossági tényező pedig a rugóállandó, azaz D . Tehát: $F = Dx$. Az F_i és x_i pontpárookra tehát ha egyenest illesztünk, annak meredeksége megadja a D -t. ($g = 9.81 \frac{m}{s^2}$)



1. rugó



2. rugó

Az illesztett egyenesek egyenletei:

$$F_1 = 28,0448x + 0,019499$$

$$F_2 = 11,1054x + 0,00374093$$

Az illesztett és mért adatok

1. rugó			
Megnyúlás [m]	$F_{mért}$ [N]	$F_{illesztett}$ [N]	ΔF [N]
0,034	0,981	0,973022	0,007978
0,0515	1,4715	1,463806	0,007694
0,069	1,962	1,954590	0,007410
0,0865	2,4525	2,445374	0,007126
0,1045	2,943	2,950181	0,007181
0,1215	3,4335	3,426942	0,006558
0,139	3,924	3,917726	0,006274

0,157	4,4145	4,422533	0,008033
0,1745	4,905	4,913317	0,008317

2. rugó

Megnyúlás [m]	$F_{mért}$ [N]	$F_{illesztett}$ [N]	ΔF [N]
0,043	0,4905	0,481273	0,009227
0,0875	0,981	0,975463	0,005537
0,1325	1,4715	1,475206	0,003706
0,177	1,962	1,969397	0,007397
0,221	2,4525	2,458034	0,005534
0,265	2,943	2,946672	0,003672
0,3085	3,4335	3,429757	0,003743
0,3525	3,924	3,918394	0,005606

Hibaszámítás téglalap módszerrel: A megrajzolt grafikonokról leolvasható a hiba:

	Merekség hibája	Direkciós állandó D [N/m]
1. rugó	0,118434	28,0448 \pm 0,118434
2. rugó	0,821378	11,1054 \pm 0,821378

A direkciós állandó tehát a fenti táblázatban látható.

Dinamikus mérés

Ebben az esetben a rezgés periódusidejére felírhatjuk az alábbi összefüggést:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\mu}{D}}$$

A rugó m terhelése mellett tehát:

$$m = \frac{T^2}{4\pi^2} D - m_{eff}$$

Az $m_{eff} \sim \frac{m_{rugó}}{3}$ a rugó effektív tömege. Bevezetve tehát az $\eta = m$ és a $\xi = \frac{T^2}{4\pi^2}$ jelöléseket:

$$\eta = \xi D - m_{eff}$$

A táblázatban a ξ érték is szerepel.

1. rugó						
m [kg]	1. mérés [s]	2. mérés [s]	3. mérés [s]	Átlag [s]	T [s]	ξ
0,1	3,85	3,79	3,65	3,76333	0,37633	0,003587448
0,15	4,28	4,31	4,19	4,26000	0,42600	0,004596841
0,2	4,78	4,78	5,03	4,87500	0,48750	0,006019903
0,25	5,38	5,25	5,37	5,33333	0,53333	0,007205062
0,3	6,54	6,62	6,50	6,55333	0,65533	0,010878394
0,35	7,07	7,03	7,13	7,07667	0,70767	0,012685212
0,4	7,62	7,53	7,53	7,56000	0,75600	0,014477176
0,45	8,06	8,12	8,00	8,06000	0,80600	0,016455472

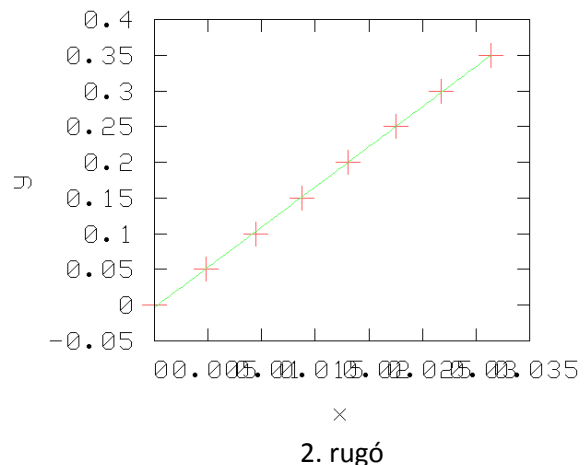
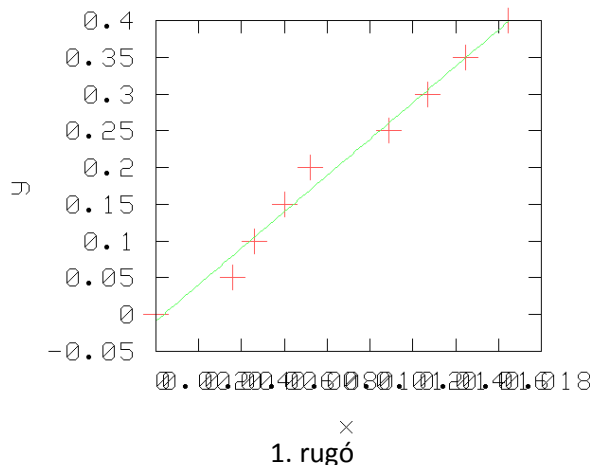
0,5	8,41	8,47	8,25	8,37667	0,83767	0,017773900
-----	------	------	------	---------	---------	-------------

2. rugó

m [kg]	1. mérés [s]	2. mérés [s]	3. mérés [s]	Átlag [s]	T [s]	ξ
0,05	4,41	4,31	4,35	4,35667	0,43567	0,004807828
0,1	6,12	6,09	6,09	6,10000	0,61000	0,009425403
0,15	7,25	7,41	7,50	7,37000	0,73700	0,013758631
0,2	8,57	8,35	8,43	8,45000	0,84500	0,018086465
0,25	9,57	9,31	9,41	9,43000	0,94300	0,022524940
0,3	10,28	10,31	10,25	10,28000	1,02800	0,026768651
0,35	11,03	11,13	11,25	11,13667	1,11367	0,031415987

Az illesztendő adatpárok értékei

1. rugó		2. rugó	
η [kg]	ξ [s ²]	η [kg]	ξ [s ²]
0,05	0,003587448	0,05	0,004807828
0,1	0,004596841	0,1	0,009425403
0,15	0,006019903	0,15	0,013758631
0,2	0,007205062	0,2	0,018086465
0,25	0,010878394	0,25	0,022524940
0,3	0,012685212	0,3	0,026768651
0,35	0,014477176	0,35	0,031415987
0,4	0,016455472		



Fent láthatóak az illesztett egyenesek.

Az illesztett egyenesek egyenlete:

$$\eta_1 = 24,7369\xi - 0,00862961$$

$$\eta_2 = 11,247\xi - 0,00324718$$

Az illesztett ér mért értékek

1. rugó

η	ξ	$\eta_{illesztett}$	$\Delta\eta$
0,05	0,003587448	0,080113	-0,03011
0,1	0,004596841	0,105082	-0,00508
0,15	0,006019903	0,140284	0,009716
0,2	0,007205062	0,169601	0,030399
0,25	0,010878394	0,260468	-0,01047
0,3	0,012685212	0,305163	-0,00516
0,35	0,014477176	0,349491	0,000509
0,4	0,016455472	0,398428	0,001572

2. rugó

η	ξ	$\eta_{illesztett}$	$\Delta\eta$
0,05	0,004807828	0,050826	-0,000826462
0,1	0,009425403	0,10276	-0,002760329
0,15	0,013758631	0,151496	-0,001496148
0,2	0,018086465	0,200171	-0,000171287
0,25	0,022524940	0,250091	-0,000090824
0,3	0,026768651	0,29782	0,002180157
0,35	0,031415987	0,350088	-0,000088423

	Merekség hibája	Direkciós állandó D [N/m]
1. rugó	0,191	24,7369 ± 0,191
2. rugó	0,16387134	11,247 ± 0,16387134

A rugó tömege:

$$m_{\text{rugó}} = \frac{m_{\text{eff}}}{3}$$

$$m_{1.\text{rugó}} = 0,002876536667 \text{ kg}$$

$$m_{2.\text{rugó}} = 0,00108239333 \text{ kg}$$

Hibaforrások

Statikus mérés:

Nem volt pontos a megnyúlás mérése, a rugó mozgott még egy kissé.

Dinamikus mérés

Az emberi reakcióidő a stopperrel történő időmérésnél. Kis kitérések esetén igaz csak a törvény. A kis súlyokkal történő méréseknél gyorsabb a mozgás, ezért arányaiban többet számít a reakcióidő.

Diszkusszió

A fenti számítások alapján kijelenthető, hogy a mérés elég pontos volt, így igazolni tudtuk a Hooke-törvényt, és meg tudtuk határozni a direkciós állandót. A statikus mérés véleményem szerint pontosabb, mert a dinamikus módszer esetén túl sok helyen léphet fel hiba.