

# Szilárd testek sűrűségének mérése

Dávid Attila

2023. augusztus 17.

Mérést végezte: Dávid Attila

Mérőtárs neve:

Mérés időpontja: 2023.03.28.

Jegyzőkönyv leadásának időpontja: 2023.04.04.

---

## A mérés célja

A mérés célja különböző homogénnek tekinthető fémek sűrűségének meghatározása közvetlenül a térfogatuk és tömegük megméréssel, illetve közvetetten Mohr-Westphal-mérleggel.

## Mérőeszközök

- Mohr-Westphal-mérleg
- 3 különböző tömegű lovas
- különböző, ismert tömegű súlyok
- digitális mérleg
- tolómérő
- csavarmikrométer

## A mérés rövid leírása

Először a Mohr-Westphal mérleggel végeztem el a mérést. Mérés megkezdése előtt fontos ellenőrizni, hogy a mérleg rendesen van összeállítva és hogy a 20 grammos súly a súlytányérban tényleg kiegyensúlyozza. A mérés elején ki kell cserélni a 20 grammos súlyt a mérendő testre és az ismert súlyokkal kiegyensúlyozni a mérleget, ezáltal megkapva a test tömegét.

Ezután a testet át kell helyezni a mérőlényre a víz alá. A felborult egyensúlyt a mérleg karjára helyezett lovasok segítségével tudjuk újra beállítani. A  $F_{fel} = \rho_{viz} \cdot V_{test} \cdot g$  képletből és a forgatónyomatékokra felírt egyensúlyból visszakövetkeztethetünk a test sűrűségére.

Másodjára a digitális mérleggel lemértem a nagyobb, de ugyanolyan anyagú test tömegét, valamint a fizikai paramétereit. Hasábok esetén tolómérőt használtam, a henger esetén pedig csavarmikrométert. A lement adatokat a  $\rho = \frac{m}{V}$  képletbe írva megállapítható a test sűrűsége.



1. ábra. A Mohr-Westphal-mérleg

## Mérési adatok

### Közvetlen mérés

	d [mm]	h [mm]	m [g]	$\Delta x$ [mm]	$\Delta m$ [g]
Henger	18,785	15,77	12,55	0,005	0,025

1. táblázat. Világosszürke henger adatai

	a [mm]	b [mm]	c [mm]	m [g]	$\Delta x$ [mm]	$\Delta m$ [g]
1. Hasáb(barna)	16	15,5	29	63,55	0,025	0,025
2. Hasáb(sötét szürke)	15,9	13	32	50,7	0,025	0,025

2. táblázat. Barna és sötét szürke hasáb adatai

### Közvetett mérés: Mohr-Westphal-mérleg

Minták	Tömegek [g]								
	10	5	2	1	0,5	0,2	0,1	0,05	0,01
1. Henger(világos szürke)	1	1							2
2. Henger(barna)		1		1			1		3
3. Henger(sötét szürke)		1	1	1	1		1	1	

3. táblázat. Adott tömegű súlyok darabszáma

Minták	Lovasok pozíciói		
	Nagy	Közepes	Kicsi
1. Henger(világos szürke)	1	8	
2. Henger(barna)	1	5	7
3. Henger(sötét szürke)	1	4	7

4. táblázat. A kiegyenlítéshez szükséges lovasok fajtái és pozíciói

# Kiértékelés

g	$9,81 \frac{m}{s^2}$
$\rho_{viz}$	$998,23 \frac{kg}{m^3}$

5. táblázat. Egyéb szükséges adatok

## Közvetlen mérés kiértékelése

Homogén anyageloszlású testek esetén a sűrűséget a következő képlet alapján értelmezzük:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1)$$

Ahol az  $m$  a test tömege, a  $V$  pedig a térfogata.

A testek térfogatának képletei:

$$V_{hasab} = abc \quad (2)$$

$$V_{henger} = \frac{d^2 \pi h}{4} \quad (3)$$

	m [kg]	V [m <sup>3</sup> ]	$\rho [\frac{kg}{m^3}]$
Henger(világos szürke)	0,01255	$\frac{(0,018785m)^2 \cdot \pi \cdot 0,01577m}{4} = 4,371e \cdot 10^{-6}$	2871,44
1. Hasáb(barna)	0,06355	$0,016m \cdot 0,0155m \cdot 0,029m = 7,192 \cdot 10^{-6}$	8836,21
2. Hasáb(sötét szürke)	0,0507	$0,0159m \cdot 0,013m \cdot 0,032m = 6,614 \cdot 10^{-6}$	7665,09

6. táblázat. közvetlen mérés eredményei

## Közvetett mérés kiértékelése

A homogén anyageloszlás ebben az esetben is fennáll, tehát (1) képlet most is alkalmazható, azonban az adatokat más módszerrel határozzuk meg.

A Mohr-Westphal mérleg kezdetben egy 20 grammos súllyal volt kiegyensúlyozva, amit lecseréltem a mérendő testre és ismert tömegű súlyokra. Megvártam, míg a kilengés lecsillapodik és ellenőriztem az egyensúlyt. Ha nem állt be, akkor súlyok levételével, felrakásával próbáltam létrehozni. Miután sikerült, egy egyszerű kivonással megállapítható a mérendő test tömege.

$$m = 20g - m_{lovasok} \quad (4)$$

Minták	m [g]
1. Henger(világos szürke)	4,98
2. Henger(barna)	13,87
3. Henger(sötét szürke)	11,35

7. táblázat. Minták tömegei

Ezután a súlytányérról át kell rakni a merülőtányérba a mérendő testet. Az előbb létrehozott egyensúly felborul, hiszen a testre ható felhajtóerőnek is lesz forgatónyomatéka. A mérleg karjára felhelyezett lovasok segítségével visszaállítható az egyensúly. Meg kell vizsgálni a lovasok és a felhajtóerő forgatónyomatékát egyensúly esetén, mert abból megállapítható lesz a test térfogata. A többi forgatónyomaték eddig is kiegyenlítette egymást, ezért őket nem kell vizsgálni.

$$F_{fel} = \rho_{viz} \cdot V_{test} \cdot g \quad (5)$$

$$\sum M = 0 \quad (6)$$

$$G \cdot n_{Nagy} \cdot k + \frac{G}{10} \cdot n_{Kozepes} \cdot k + \frac{G}{100} \cdot n_{Kicsi} \cdot k = \rho_{viz} V_{test} g \cdot 10k \quad (7)$$

Ahol G a nagy lovas súlya, ami megegyezik 10 ml 20 °C-os desztillált víz súlyával, az n-ek jelölik, hogy az adott lovas hanyadik beosztásnál van, k pedig a beosztások távolsága.

(7)-t átalakítva és feltételezve, hogy a mérőedényben 20 °C-os desztillált víz volt a következő képletet kapjuk:

$$V_{test} = \frac{100 \cdot n_{Nagy} + 10 \cdot n_{Kozepes} + n_{Kicsi}}{1000} \cdot 10^{-5} m^3 \quad (8)$$

Minták	m [kg]	V [m <sup>3</sup> ]	$\rho \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$
1. Henger(világos szürke)	0,00498	$\frac{100 \cdot 1 + 10 \cdot 8 + 0}{1000} \cdot 10^{-5} = 1,8 \cdot 10^{-6}$	2766,67
2. Henger(barna)	0,01387	$\frac{100 \cdot 1 + 10 \cdot 5 + 7}{1000} \cdot 10^{-5} = 1,57 \cdot 10^{-6}$	8834,39
3. Henger(sötét szürke)	0,01135	$\frac{100 \cdot 1 + 10 \cdot 4 + 7}{1000} \cdot 10^{-5} = 1,47 \cdot 10^{-6}$	7721,09

8. táblázat. közvetett mérés eredményei

## Hibaszámítás

### Közvetlen mérés hibaszámítása

#### Hibaforrások

- mérőműszerek hibája (1. és 2. táblázatban feltüntetett felbontásból származó hibák)
- leolvasás hibája
- oxidáció és egyéb fizikai, kémiai behatások miatt nem biztos, hogy a fémek teljesen homogének

A sűrűség hibája kiszámítható a mért adatok hibájából. A mért adatok relatív hibái szorzás és osztás esetén összeadódnak és a sűrűség abszolút hibáját pedig a relatív hiba definíciójából kaphatjuk meg.

$$\delta V_{hasab} = \delta a + \delta b + \delta c, \delta a = \frac{\Delta a}{a} \quad (9)$$

$$\delta V_{henger} = 2\delta d + \delta h \quad (10)$$

$$\delta \rho = \delta m + \delta V \quad (11)$$

$$\Delta \rho = \rho \cdot \delta \rho \quad (12)$$

	$\delta m$	$\delta a$	$\delta b$	$\delta c$	$\delta V$
1. Hasáb(barna)	$3,934 \cdot 10^{-4}$	$1,563 \cdot 10^{-3}$	$1,613 \cdot 10^{-3}$	$8,62 \cdot 10^{-4}$	$4,038 \cdot 10^{-3}$
2. Hasáb(sötét szürke)	$4,931 \cdot 10^{-4}$	$1,572 \cdot 10^{-3}$	$1,923 \cdot 10^{-3}$	$7,813 \cdot 10^{-4}$	$4,276 \cdot 10^{-3}$
	$\delta m$	$\delta d$	$\delta h$		$\delta V$
Henger(világos szürke)	$1,992 \cdot 10^{-3}$	$2,662 \cdot 10^{-4}$	$3,17 \cdot 10^{-4}$		$8,494 \cdot 10^{-4}$

9. táblázat. Tömegek és térfogatok relatív hibája

	$\delta\rho$	$\Delta\rho \left[\frac{kg}{m^3}\right]$	$\rho \left[\frac{kg}{m^3}\right]$
1. Hasáb(barna)	$4,431 \cdot 10^{-3}$	39,157	$8836,21 \pm 39,157$
2. Hasáb(sötét szürke)	$4,769 \cdot 10^{-3}$	36,555	$7665,09 \pm 36,555$
Henger(világos szürke)	$2,814 \cdot 10^{-3}$	8,159	$2871,44 \pm 8,159$

10. táblázat. Sűrűségek relatív és abszolút hibája

A relatív hibák meglehetősen kicsik lettek, vagyis a mérés pontos lett. A kicsi relatív hibák elsősorban a jó felbontóképességű eszközöknek köszönhetőek, még szabad szemmel való leolvasás esetén is megbízható adatokhoz juthatunk belőlük.

## Közvetett mérés hibaszámítása

### Hibaforrások

- Mohr-Westphal-mérleg hibái
  - karon lévő beosztások távolságainak bizonytalansága
  - súrlódás (befolyásolja a kialakuló egyensúlyt)
- egyensúly megállapításának hibája
- súlyok tömegének bizonytalansága
- lovasok tömegének bizonytalansága
- feltételezzük, hogy a mérőedényben 20 °C-os desztillált víz van
- Hibaforrások nagy részének nem ismerjük pontosan a hatását, ezért két hibát megbecsülök
  - $\Delta m = 0,025g$  (feltehetjük, hogy a súlyok tömegét a digitális mérleghez hasonló pontossággal állapították meg)
  - $\Delta V = 0,005cm^3$  (feltehetjük, hogy a beosztások helyét a tolómérőhöz hasonló pontossággal állapították meg)

	$\delta m$	$\delta V$	$\delta\rho$	$\Delta\rho \frac{kg}{m^3}$	$\rho \frac{kg}{m^3}$
1. Hasáb(barna)	$1,802 \cdot 10^{-3}$	$2,777 \cdot 10^{-3}$	$4,579 \cdot 10^{-3}$	40,453	$8834,39 \pm 40,453$
2. Hasáb(sötét szürke)	$2,203 \cdot 10^{-3}$	$3,401 \cdot 10^{-3}$	$5,604 \cdot 10^{-3}$	43,269	$7721,09 \pm 43,269$
Henger(világos szürke)	$5,02 \cdot 10^{-3}$	$2,778 \cdot 10^{-3}$	$7,798 \cdot 10^{-3}$	21,574	$2766,67 \pm 21,574$

11. táblázat. Relatív hibák közvetett mérés esetén, sűrűség abszolút és relatív hibája

A relatív hibák ismét kicsik, azonban most nem vehetjük annyira pontosnak az eredményeket, hiszen a hibákat csak becsültem. Ettől függetlenül a két módszer eredményei nagyon közel vannak egymáshoz, tehát a mérésekből következtetni lehet az anyagokra.

## Eredmények

	Közvetlen mérés [ $\frac{kg}{m^3}$ ]	Közvetett mérés [ $\frac{kg}{m^3}$ ]	Irodalmi [ $\frac{kg}{m^3}$ ]	Anyag
1. Hasáb(barna)	$8836,21 \pm 39,157$	$8834,39 \pm 40,453$	8920	Réz
2. Hasáb(sötét szürke)	$7665,09 \pm 36,555$	$7721,09 \pm 43,269$	7860	Vas
2. Hasáb(sötét szürke)	$2871,44 \pm 8,159$	$2766,67 \pm 21,574$	2702	Alumínium

12. táblázat. Meghatározott anyagok adatai

Irodalmi adatokkal összevetve meghatározhatóak az anyagok. A világos szürke az alumínium, a sötét szürke a vas és a barna a réz. Ezekre az eredményekre számítottam korábbi tapasztalataim miatt, ez úgymond lehet még egy igazolása a mérés sikerességének.

## Diszkusszió

A kimért sűrűségek az alumíniumot leszámítva hibahatáron belül megegyeznek, azonban az irodalmi értékkel nem. Ennek az lehet az oka, hogy a mért testek már nem homogének, oxidáció, ötvözés, stb... hatásá miatt. Egy másik lehetséges ok, hogy az irodalmi értékeket más hőmérsékleten állapították meg és ez nem került feltűntetésre.