

Forgómozgás vizsgálata

Dávid Attila

2023. augusztus 17.

Mérést végezte: Dávid Attila

Mérőtárs neve:

Mérés időpontja: 2023.04.25.

Jegyzőkönyv leadásának időpontja: 2023.05.02.

A mérés célja

A mérés egyik célja a forgómozgás egyenleteinek igazolása, a másik pedig két merev test tehetetlenségi nyomatékának meghatározása fizikai paramétereiből illetve méréssel és a két érték összehasonlítása.

Mérőeszközök

- Science Workshop 750 Interface
- állvány, fonáltárcsa
- Data Stúdió program
- ismert tömegű húzó súlyok (50g)
- digitális mérleg
- tolómérő
- vonalzó

A mérés rövid leírása

A mérés első részében az előre beállított számítógéppel kellett dolgoznom. A rúd és a korong forgómozgását úgy vizsgáltam, hogy a fonál végére rakott húzó súlyok $v(t)$ grafikonját ábrázoltam és az illesztett egyenes egyenletéből megállapítottam a gyorsulást (meredekség). A húzó súly tömegét 50 grammonként növeltem és 3 mérést végeztem, hogy csökkentsem a bizonytalanságot. Mindkét merev test mozgásának vizsgálata során ugyanígy jártam el. A húzó súly feltekerésénél figyeltem, hogy a fonál egyrétegű legyen. Ezek az adatok a kiértékelés során ismertetésre kerülő lineáris függvény ábrázolásához szükségesek.

A mérés második részében a testek fizikai paramétereit mértem meg. A rúd hosszát és a korong átmérőjét vonalzóval, a rúd és a fonáltárcsák átmérőjét pedig tolómérővel mértem meg. A tömegek meghatározásához digitális mérleget használtam.



1. ábra. A mérés során használt állvány és számítógép

Mérési adatok

Testek adatai

	Korong	Rúd
M [g]	1511	223
D [cm]	21,9	1
L [cm]		36
d_{tarcsa} [mm]	5	5
m_{tarcsa} [g]	9	9

1. táblázat. Korong és rúd adatai

Kísérleti adatok

tömeg [g]	Rúd			
	Gyorsulás [$\frac{m}{s^2}$]			átlag
	1.	2.	3.	
150	0,0038	0,0038	0,0037	0,00376
200	0,0052	0,0052	0,0053	0,00523
250	0,0067	0,0067	0,0067	0,0067
300	0,0079	0,0081	0,0081	0,00803
350	0,0095	0,0093	0,0094	0,0094

tömeg [g]	Korong			
	Gyorsulás [$\frac{m}{s^2}$]			átlag
	1.	2.	3.	
150	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
200	0,0012	0,0012	0,0012	0,0012
250	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015
300	0,0018	0,0019	0,0018	0,00183
350	0,0022	0,0022	0,0022	0,0022

2. táblázat. Rúd és korong kísérleti adatai

Kiértékelés

$g \left[\frac{m}{s^2} \right]$	9,81
----------------------------------	------

3. táblázat. Egyéb szükséges adatok

Merev testek rögzített tengely körüli forgását a következő egyenletek írják le (nyújthatatlan fonál esetén):

$$ma = mg - K \quad (1)$$

$$\Theta\beta = Kr - M_s \quad (2)$$

$$r\beta = a \quad (3)$$

Ahol K a kötelerő, M_s a súrlódásból származó forgatónyomaték.

A három egyenletet összerakva a következő összefüggést kaphatjuk:

$$\Theta\beta + M_s = mr(g - r\beta)$$

Új változók:

$$x = \beta$$

$$y = mr(g - r\beta)$$

Végző alak:

$$y = \Theta x + M_s \quad (4)$$

Látható, hogy egy lineáris függvényhez jutottunk. a_i -ből meghatározható β_i és ezekből x_i és y_i . Ezek alapján ábrázolni tudjuk a függvényt és ha tényleg egyenes illeszkedik a pontokra, akkor igazoltuk a mozgásegyenleteket. A meredekségből megmondható a test tehetetlenségi nyomatéka Θ_{mert} , amit összevethetünk Θ_{szam} -tal.

Korong



m_i [kg]	a_i $\left[\frac{m}{s^2} \right]$	x_i $\left[\frac{1}{s^2} \right]$	y_i $\left[\frac{kgm^2}{s^2} \right]$
0,15	0,0008	0,32	0,00368
0,2	0,0012	0,48	0,0049
0,25	0,0015	0,6	0,00613
0,3	0,00183	0,732	0,00736
0,35	0,0022	0,88	0,00858

2. ábra. Korong adataira illesztett egyenes

Az illesztett egyenes paramétereit:

$$M_s = 0,0007 \frac{kgm^2}{s^2}$$

$$\Theta_{korong,mert} = 0,00909kgm^2$$

Az egyenes meredekségét az ábrán látható háromszög befogóinak a hányadosaként határoztam meg.

A korong tehetetlenségi nyomatékának meghatározása fizikai paraméterek alapján:

$$\Theta_{korong,szam} = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{MD^2}{8} = \frac{1,511kg \cdot (0,219m)^2}{8} = 0,00906kgm^2$$

Rúd



m_i [kg]	a_i [$\frac{m}{s^2}$]	x_i [$\frac{1}{s^2}$]	y_i [$\frac{kgm^2}{s^2}$]
0,15	0,00376	1,504	0,00368
0,2	0,00523	2,092	0,0049
0,25	0,0067	2,68	0,00613
0,3	0,00803	3,212	0,00735
0,35	0,0094	3,76	0,00858

3. ábra. Rúd adataira illesztett egyenes

Az illesztett egyenes paramétereit:

$$M_s = 0,0003 \frac{kgm^2}{s^2}$$

$$\Theta_{rud,mert} = 0,00222kgm^2$$

Az egyenes meredekségét az ábrán látható háromszög befogóinak a hányadosaként határoztam meg.

A rúd tehetetlenségi nyomatékának meghatározása fizikai paraméterek alapján:

$$\Theta_{rud,szam} = \frac{1}{4}m_{tarcsa}r^2 + \frac{1}{12}ML^2 = \frac{1}{16}m_{tarcsa}d_{tarcsa}^2 + \frac{1}{12}ML^2 =$$

$$= \frac{0,009kg \cdot (0,005m)^2}{16} + \frac{0,223kg \cdot (0,36m)^2}{12} = 0,00204kgm^2$$

Hibaszámítás


Hibaforrások

- mérőműszerek pontatlansága, ezek közül most csak a digitális mérlegét veszem figyelembe
- illesztőprogram pontatlansága, ezt ellensúlyoztam több mérés elvégzésével

- húzóúly kilengése mozgása során, ezt igyekeztem minimalizálni
- rossz felcsévelés
- illesztés hibája

Hibaszámítás téglalap módszerrel

Téglalap módszert fogom használni az illesztett egyenesek meredekségeinek, vagyis a mért tehetetlenségi nyomatékok hibáinak kiszámítására.




x_i [kg]	y_i [$\frac{m}{s^2}$]	$y_{ill,i}$ [$\frac{1}{s^2}$]	Δy_i [$\frac{kgm^2}{s^2}$]
0,32	0,00368	0,00361	0,00007
0,48	0,0049	0,00506	-0,00016
0,6	0,00613	0,00615	-0,00002
0,732	0,00736	0,00735	0,00001
0,88	0,00858	0,0087	0,00012

4. ábra. $\Delta\Theta_{korong,mert}$ meghatározása

$$\Delta\Theta_{korong,mert} = \frac{a}{b} = \frac{2 \cdot 0,00016 \frac{kgm^2}{s^2}}{0,56 \frac{1}{s^2}} = 0,00057143 kgm^2$$

$$\delta\Theta_{korong,mert} = \frac{\Delta\Theta_{korong,mert}}{\Theta_{korong,mert}} \approx 0,063 = 6,3\%$$



x_i [kg]	y_i [$\frac{m}{s^2}$]	$y_{ill,i}$ [$\frac{1}{s^2}$]	Δy_i [$\frac{kgm^2}{s^2}$]
1,504	0,00368	0,00364	0,00004
2,092	0,0049	0,00494	-0,00004
2,68	0,00613	0,00625	-0,00012
3,212	0,00735	0,00743	0,00008
3,76	0,00858	0,00864	0,00006

5. ábra. $\Delta\Theta_{rud,mert}$ meghatározása

$$\Delta\Theta_{rud,mert} = \frac{a}{b} = \frac{2 \cdot 0,00012 \frac{kgm^2}{s^2}}{2,256 \frac{1}{s^2}} = 0,00010638 kgm^2$$

$$\delta\Theta_{rud,mert} = \frac{\Delta\Theta_{rud,mert}}{\Theta_{rud,mert}} \approx 0,048 = 4,8\%$$

Számolt adatok hibáinak kiszámítása

Ennél a hibaszámításnál csak a digitális mérleg hibáját veszem figyelembe. A mérleg hibáját a leírás szerint a fonáltárca tömegével azonos nagyságúnak kell venni. Kihasználhatom, hogy csak a tömeg hibáját veszem figyelembe és azt, hogy szorzás esetén a relatív hibák összaszódnak. Ebben a speciális esetben ez azt jelenti, hogy a tömeg relatív hibája megegyezik a tehetetlenségi nyomaték relatív hibájával.

$$\Delta m = 0,009 kg$$

$$\delta\Theta_{szam} = \delta m \rightarrow \Delta\Theta_{szam} = \frac{\Delta m}{m} \cdot \Theta_{szam} \quad (5)$$

$$\Delta\Theta_{korong,szam} = \frac{0,009 kg}{1,511 kg} \cdot 0,00906 kgm^2 = 0,000054 kgm^2$$

$$\Delta\Theta_{rud,szam} = \frac{0,009 kg}{0,223 kg} \cdot 0,00222 kgm^2 = 0,0000896 kgm^2$$

Eredmények

	$\Theta_{mert} [kgm^2]$	$\Theta_{szam} [kgm^2]$
Korong	$0,00909 \pm 0,00057143$	$0,00906 \pm 0,000054$
Rúd	$0,00222 \pm 0,00010638$	$0,00204 \pm 0,0000896$

4. táblázat. Eredmények összehasonlítása

Diszkusszió

Mind a rúd, mind a korong esetén egymáshoz közeli értékeket kaptam a tehetetlenségi nyomatékokra, azonban hibahatáron belül sem egyeznek. Ezt további hibák figyelembevételével javítani lehetne. Azt is észrevehetjük, hogy a mért értékek mindig nagyobbak a számoltaknál. Ennek valószínűleg az az oka, hogy nem vettem figyelembe minden hibát a mérés során és ezek kicsit eltolták az értéket felfelé. Ezek mérséklésével lehetne csökkenteni az értékek közötti eltérést, de mivel az eltérések csak az negyedik-ötödik tizedesjegynél lépnek elő, ezért a mérést pontosnak tekintem.